

# CIV 1111 – Sistemas Estruturais na Arquitetura I – 2008.1

(ftp://ftp.tecgraf.puc-rio.br/pub/users/lfm/civ1111-081-flambagem.pdf)

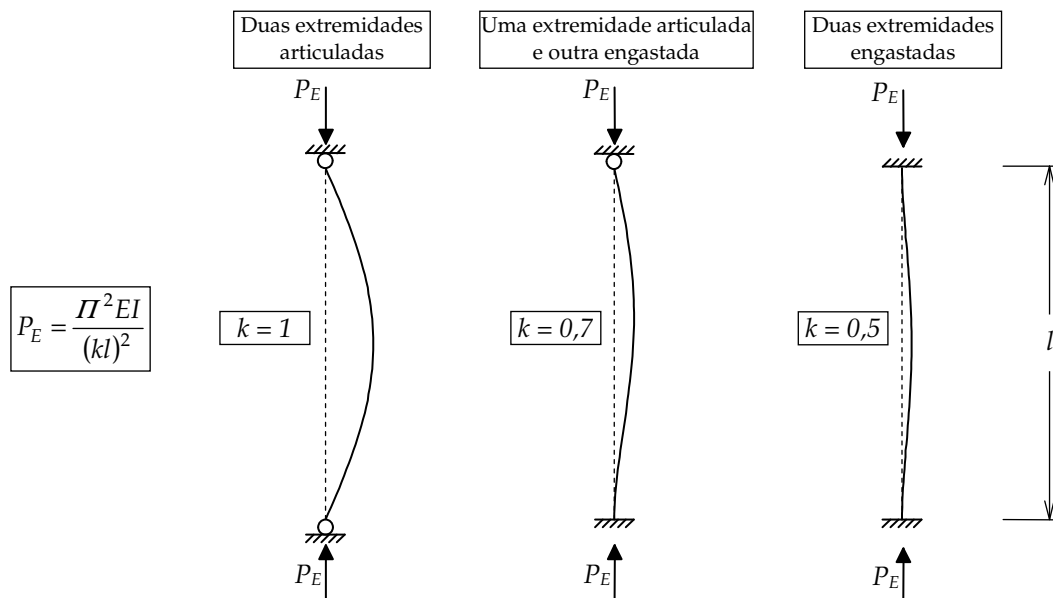
## Comportamento de barras submetidas à compressão

### Objetivo

Entendimento do fenômeno de flambagem de peças comprimidas e de momento de inércia de seção transversal de uma barra.

### Flambagem de colunas (perda de estabilidade por efeito de compressão)

O matemático L. Euler em meados do século XVIII descobriu que a estabilidade de colunas submetidas a esforços axiais de compressão depende da relação entre uma propriedade da seção transversal da coluna e de seu comprimento: a carga máxima  $P_E$  que uma coluna pode sustentar sem flexionar varia inversamente com o quadrado de seu comprimento  $l$  e proporcionalmente com o momento de inércia  $I$  da seção transversal. Isso é mostrado na figura abaixo para três tipos de condições de extremidade das colunas. A perda de estabilidade de colunas submetidas à compressão é um fenômeno que se chama **Flambagem de Colunas**.

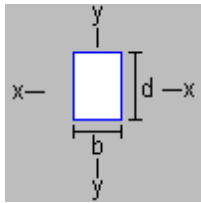


Expressão de Euler:

$$P_E = \frac{\Pi^2 EI}{(kl)^2} \quad (\Pi = 3,14)$$

- $P_E \rightarrow$  carga abaixo da qual a coluna não flexiona (carga crítica de Euler).
- $E \rightarrow$  módulo de elasticidade do material (também conhecido como módulo de Young).
- $I \rightarrow$  momento de inércia da seção transversal correspondente ao plano onde se dá a flexão.
- $l \rightarrow$  comprimento da coluna.
- $k \rightarrow$  fator que define o comprimento efetivo da coluna para flambagem.

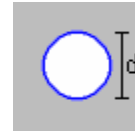
O momento de inércia da seção transversal é uma propriedade geométrica que depende de sua orientação com respeito ao plano onde ocorre a flexão da barra. Considere, por exemplo, a seção transversal retangular ou o perfil U mostrados na página seguinte. Quando a flexão da barra se dá no plano  $y-y$ , ocorre um giro da seção transversal em torno do eixo  $x$ . Neste caso, o momento de inércia a ser adotado é  $I = I_x$ . Por outro lado, quando a flexão da barra ocorre no plano  $x-x$ , o momento de inércia adotado é  $I = I_y$ . As seções transversais quadrada ou circular, devido à sua simetria, têm momentos de inércia iguais nas duas direções, isto é,  $I = I_x = I_y$ .



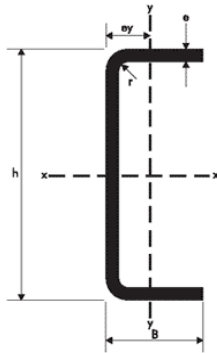
$$I_x = \frac{b \cdot d^3}{12}$$

$$I_y = \frac{b^3 \cdot d}{12}$$

Seção transversal circular



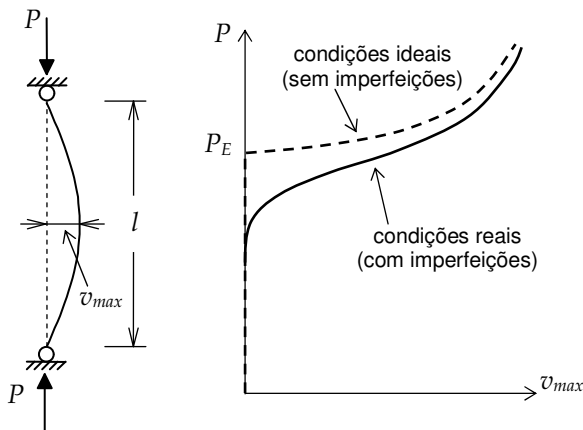
$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$



$$I_x = J_x \text{ (tabelado)}$$

$$I_y = J_y \text{ (tabelado)}$$

A expressão de carga de Euler foi deduzida para uma situação ideal. Ocorre que no mundo físico real existem imperfeições de ordem construtiva, tais como excentricidade na aplicação da carga, imperfeições geométricas das seções transversais, etc. Devido a essas imperfeições, em condições reais, a flexão da coluna por flambagem pode ocorrer para cargas mais baixas do que a carga de Euler. O gráfico da figura abaixo mostra a variação do valor da carga  $P$  de compressão na coluna em função da deflexão transversal máxima  $v_{max}$  do ponto do centro da coluna. Em condições ideais a coluna permanece reta (sem deflexão transversal) até que a carga atinja o valor da carga de Euler. Em condições reais, a coluna pode *flambar* abaixo da carga de Euler.



Também pode ocorrer que na estrutura real ocorram restrições físicas que dificultam a flambagem, tais como atrito nas articulações ou atrito lateral da coluna com o restante da estrutura. Nesses casos, a carga crítica para flambagem pode ser mais alta do que a carga de Euler.

Deve-se ressaltar também que a teoria de flambagem de Euler considera como hipótese básica que o material trabalha em um regime elástico, ainda longe do regime de ruptura. Isto é, admite-se que a perda de capacidade de resistir cargas da coluna se dá por flambagem de forma global. A perda de estabilidade também pode ocorrer por algum fenômeno localizado, tal como a ruína do material em algum ponto.

## Critério de dimensionamento da carga admissível para evitar flambagem

Este critério de dimensionamento estabelece um valor limite máximo admissível ( $P_{adm}$ ) para o esforço axial de compressão em uma barra para evitar, com segurança, que ocorra o fenômeno da flambagem.

Pode-se adotar um fator ( $\alpha$ ) de redução da carga crítica de Euler para a carga admissível:

$$P_{adm} = \alpha P_E$$

Dessa forma o valor absoluto (módulo) do esforço normal de uma barra submetida a compressão deve ser limitado pela carga máxima admissível. Com isso é possível definir o valor mínimo para o menor momento de inércia da seção transversal:

$$N \leq P_{adm} \rightarrow N \leq \alpha \cdot \frac{\pi^2 \cdot EI}{l^2} \rightarrow I \geq \frac{N \cdot l^2}{\alpha \cdot \pi^2 \cdot E}, \text{ sendo } I \text{ o menor valor entre } I_x \text{ e } I_y.$$