

# CIV 1111 – Sistemas Estruturais na Arquitetura I – 2007.1

## Experimento II – Ensaio de compressão

### Data:

Realização dos ensaios em sala de aula: 18/maio/2007.

### Objetivos:

Entendimento do fenômeno de flambagem de peças comprimidas e de momento de inércia de seção transversal de uma barra. Determinação do módulo de elasticidade de um material através de um ensaio à compressão.

### Material disponível para os ensaios:

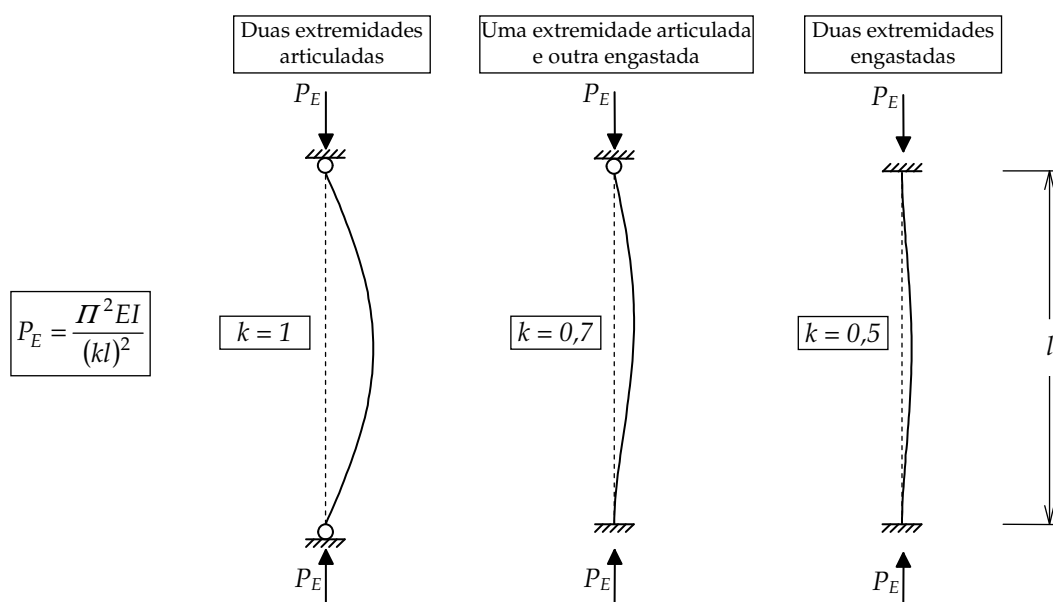
- Aparelho para ensaio à compressão de barras.
- Barras de madeira (balsa) com seção transversal retangular (10 x 2 mm), barras de madeira (balsa) com seção transversal quadrada (3 x 3 mm), e barras de aço com seção transversal circular (3,2 mm de diâmetro). As barras têm comprimentos de 38 cm (380 mm) e 47,5 cm (475 mm). As barras curtas são utilizadas para ensaio à compressão com as duas extremidades com rotações livres (articuladas) e as barras longas são utilizadas para ensaio com uma extremidade articulada e a outra com a rotação impedida (engastada).

### Preleção teórica:

Referências:

- V. Féodosiev, *Resistência dos Materiais*, Edições Lopes da Silva, Porto, Portugal, 1977.
- Fabricio Vanden Broeck & Arseno Muños, *Las Estructuras en la Naturaleza y en la Técnica*, Universidad Autonoma Metropolitana, Ciudad de México, México, 1986.

O matemático L. Euler em meados do século XVIII descobriu que a estabilidade de colunas submetidas a esforços axiais de compressão depende da relação entre uma propriedade da seção transversal da coluna e de seu comprimento: a carga máxima  $P_E$  que uma coluna pode sustentar sem flexionar varia inversamente com o quadrado de seu comprimento  $l$  e proporcionalmente com o momento de inércia  $I$  da seção transversal. Isso é mostrado na figura abaixo para três tipos de condições de extremidade das colunas. A perda de estabilidade de colunas submetidas à compressão é um fenômeno que se chama **Flambagem de Colunas**.

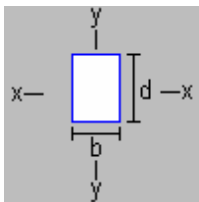


Expressão de Euler:

$$P_E = \frac{\pi^2 EI}{(kl)^2} \quad (\pi = 3,14)$$

- $P_E \rightarrow$  carga abaixo da qual a coluna não flexiona (carga crítica de Euler).
- $E \rightarrow$  módulo de elasticidade do material (também conhecido como módulo de Young).
- $I \rightarrow$  momento de inércia da seção transversal correspondente ao plano onde se dá a flexão.
- $l \rightarrow$  comprimento da coluna.
- $k \rightarrow$  fator que define o comprimento efetivo da coluna para flambagem.

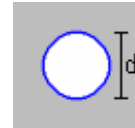
O momento de inércia da seção transversal é uma propriedade geométrica que depende de sua orientação com respeito ao plano onde ocorre a flexão da barra. Tome, por exemplo, o perfil retangular mostrado abaixo. Quando a flexão da barra se dá no plano  $y-y$ , ocorre um giro da seção transversal em torno do eixo  $x$ . Neste caso, o momento de inércia a ser adotado é  $I = I_x$ . Por outro lado, quando a flexão da barra ocorre no plano  $x-x$ , o momento de inércia adotado é  $I = I_y$ . As seções transversais quadrada ou circular, devido à sua simetria, têm momentos de inércia iguais nas duas direções, isto é,  $I = I_x = I_y$ . As expressões para os momentos de inércia são:



$$I_x = \frac{b \cdot d^3}{12}$$

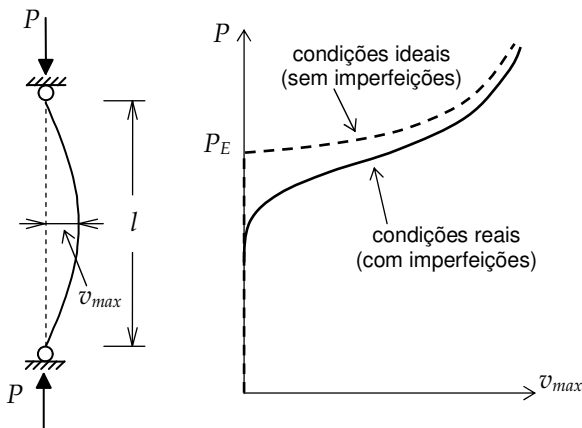
$$I_y = \frac{b^3 \cdot d}{12}$$

Seção transversal circular



$$I = \pi \cdot \frac{d^4}{64}$$

A expressão de carga de Euler foi deduzida para uma situação ideal. Ocorre que no mundo físico real existem imperfeições de ordem construtiva, tais como excentricidade na aplicação da carga, imperfeições geométricas das seções transversais, etc. Devido a essas imperfeições, em condições reais, a flexão da coluna por flambagem pode ocorrer para cargas mais baixas do que a carga de Euler. O gráfico da figura abaixo mostra a variação do valor da carga  $P$  de compressão na coluna em função da deflexão transversal máxima  $v_{max}$  do ponto do centro da coluna. Em condições ideais a coluna permanece reta (sem deflexão transversal) até que a carga atinja o valor da carga de Euler. Em condições reais, a coluna pode *flambar* abaixo da carga de Euler.



Também pode ocorrer que na estrutura real ocorram restrições físicas que dificultam a flambagem, tais como atrito nas articulações ou atrito lateral da coluna com o restante da estrutura. Nesses casos, a carga crítica para flambagem pode ser mais alta do que a carga de Euler.

Deve-se ressaltar também que a teoria de flambagem de Euler considera como hipótese básica que o material trabalha em um regime elástico, ainda longe do regime de ruptura. Isto é, admite-se que a perda de capacidade de resistir cargas da coluna se dá por flambagem de forma global. A perda de estabilidade também pode ocorrer por algum fenômeno localizado, tal como a ruína do material em algum ponto.

## Ensaio de compressão

Determinação do módulo de elasticidade do material a partir da expressão de Euler:

$$P_E = \frac{\Pi^2 EI}{(kl)^2} \quad \rightarrow \quad E = \frac{P_E (kl)^2}{\Pi^2 I} \quad (\Pi = 3,14)$$

Para cada ensaio, anote os dados de material, condições de extremidade, comprimento da barra, tipo de seção transversal, dimensão da seção transversal, e momento de inércia da seção transversal. O experimento consiste em determinar a carga de compressão que provoca a perda de estabilidade da barra. O aparelho de flambagem permite que se aplique, através da colocação de pesos em uma bandeja, cargas de compressão nas barras. Também é possível modificar as condições de suporte nas extremidades da barra. Os ensaios de compressão são realizados com dois tipos de condições de extremidade: duas extremidades com rotações livres (articuladas), e uma extremidade articulada e a outra com a rotação impedida (engastada). Em ambos os casos, o comprimento entre apoios é  $l = 380$  mm.

### Experimento (a):

- Material: madeira.
- Condições de extremidade: barra bi-articulada
- Fator que define o comprimento efetivo para flambagem para barra bi-articulada:  $k = 1$ .
- Comprimento da barra entre apoios:  $l = 380$  mm.
- Seção transversal: retangular.
- Dimensão da seção transversal:  $b = 2$  mm,  $d = 10$  mm.
- Momento de inércia da seção transversal ( $I = I_y = b^3 d / 12$ )  $\rightarrow$   $I = 6,7$  mm<sup>4</sup>.
- Carga que provoca a perda de estabilidade da barra por flambagem.  
Anote o valor da carga total para esta situação:  $P_E =$  \_\_\_\_\_ kgf.
- Utilizando a expressão de Euler, calcule o valor do módulo de elasticidade do material:  
 $E =$  \_\_\_\_\_ kgf/mm<sup>2</sup>.

### Experimento (b):

- Material: madeira.
- Condições de extremidade: barra articulada e engastada.
- Fator que define o comprimento efetivo para flambagem para barra articulada e engastada:  $k = 0,7$ .
- Comprimento da barra entre apoios:  $l = 380$  mm.
- Seção transversal: quadrada.
- Dimensão da seção transversal:  $b = 2$  mm,  $d = 10$  mm.
- Momento de inércia da seção transversal ( $I = I_y = b^3 d / 12$ )  $\rightarrow$   $I = 6,7$  mm<sup>4</sup>.
- Carga que provoca a perda de estabilidade da barra por flambagem.  
Anote o valor da carga total para esta situação:  $P_E =$  \_\_\_\_\_ kgf.
- Utilizando a expressão de Euler, calcule o valor do módulo de elasticidade do material:  
 $E =$  \_\_\_\_\_ kgf/mm<sup>2</sup>.

### Experimento (c):

- Material: madeira.
- Condições de extremidade: barra bi-articulada.
- Fator que define o comprimento efetivo para flambagem para barra bi-articulada:  $k = 1$ .
- Comprimento da barra entre apoios:  $l = 380$  mm.
- Seção transversal: quadrada.
- Dimensão da seção transversal:  $b = 3$  mm,  $d = 3$  mm.
- Momento de inércia da seção transversal ( $I = b d^3 / 12$ )  $\rightarrow$   $I = 6,8$  mm<sup>4</sup>.
- Carga que provoca a perda de estabilidade da barra por flambagem.  
Anote o valor da carga total para esta situação:  $P_E =$  \_\_\_\_\_ kgf.
- Utilizando a expressão de Euler, calcule o valor do módulo de elasticidade do material:  
 $E =$  \_\_\_\_\_ kgf/mm<sup>2</sup>.

### Experimento (d):

- Material: madeira.
- Condições de extremidade: barra articulada e engastada.
- Fator que define o comprimento efetivo para flambagem para barra articulada e engastada:  $k = 0,7$ .
- Comprimento da barra entre apoios:  $l = 380$  mm.
- Seção transversal: quadrada.
- Dimensão da seção transversal:  $b = 3$  mm,  $d = 3$  mm.
- Momento de inércia da seção transversal ( $I = bd^3/12$ ) →  $I = 6,8$  mm<sup>4</sup>.
- Carga que provoca a perda de estabilidade da barra por flambagem.  
Anote o valor da carga total para esta situação:  $P_E =$  \_\_\_\_\_ kgf.
- Utilizando a expressão de Euler, calcule o valor do módulo de elasticidade do material:  
 $E =$  \_\_\_\_\_ kgf/mm<sup>2</sup>.

### Experimento (e):

- Material: aço.
- Condições de extremidade: barra bi-articulada.
- Fator que define o comprimento efetivo para flambagem para barra bi-articulada:  $k = 1$ .
- Comprimento da barra entre apoios:  $l = 380$  mm.
- Seção transversal: circular.
- Dimensão da seção transversal:  $d = 3,2$  mm.
- Momento de inércia da seção transversal ( $I = \pi d^4/64$ ) →  $I = 5,1$  mm<sup>4</sup>.
- Carga que provoca a perda de estabilidade da barra por flambagem.  
Anote o valor da carga total para esta situação:  $P_E =$  \_\_\_\_\_ kgf.
- Utilizando a expressão de Euler, calcule o valor do módulo de elasticidade do material:  
 $E =$  \_\_\_\_\_ kgf/mm<sup>2</sup>.

### Experimento (f):

- Material: aço.
- Condições de extremidade: barra articulada e engastada.
- Fator que define o comprimento efetivo para flambagem para barra articulada e engastada:  $k = 0,7$ .
- Comprimento da barra entre apoios:  $l = 380$  mm.
- Seção transversal: circular.
- Dimensão da seção transversal:  $d = 3,2$  mm.
- Momento de inércia da seção transversal ( $I = \pi d^4/64$ ) →  $I = 5,1$  mm<sup>4</sup>.
- Carga que provoca a perda de estabilidade da barra por flambagem.  
Anote o valor da carga total para esta situação:  $P_E =$  \_\_\_\_\_ kgf.
- Utilizando a expressão de Euler, calcule o valor do módulo de elasticidade do material:  
 $E =$  \_\_\_\_\_ kgf/mm<sup>2</sup>.