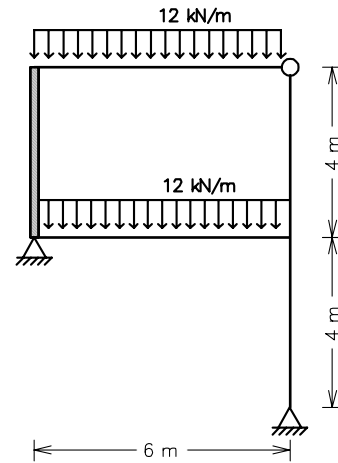


CIV 1127 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 2º Semestre – 2001

Segunda Prova – 14/11/2001 – Duração: 2:30 hs – Sem Consulta

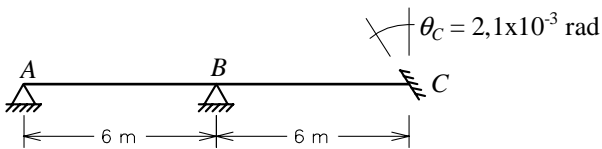
1ª Questão (5,5 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI = 2,4 \times 10^4 \text{ kNm}^2$ , com exceção da barra vertical da esquerda que é infinitamente rígida à flexão.



2ª Questão (1,5 pontos)

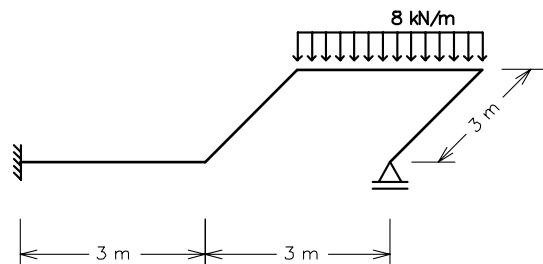
Considere a viga abaixo com uma inércia à flexão  $EI = 2,0 \times 10^4 \text{ kNm}^2$  constante. O apoio C da direita sofre um recalque de rotação  $\theta_C = 2,1 \times 10^{-3} \text{ rad}$  no sentido anti-horário. Utilizando a Analogia da Viga Conjugada (vide tabela ao lado), determine o diagrama de momentos fletores.



Analogia da Viga Conjugada	VIGA REAL	VIGA CONJUGADA
Carregamento	$q(x)$	$q^c(x) = M(x)/EI$
Esforço Cortante	$Q(x)$	$Q^c(x) = \theta(x)$
Momento Fletor	$M(x)$	$M^c(x) = v(x)$
Rotação	$\theta(x)$	
Deslocamento	$v(x)$	

3ª Questão (2,0 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. A relação entre a rigidez à torção e a rigidez à flexão é  $GJ_t = 3EI$ , para todas as barras.

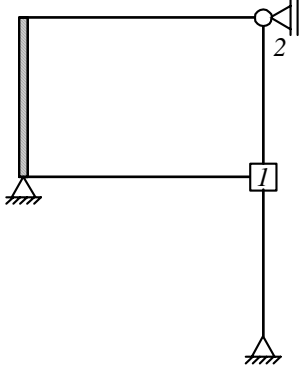


4ª Questão (1,0 ponto)

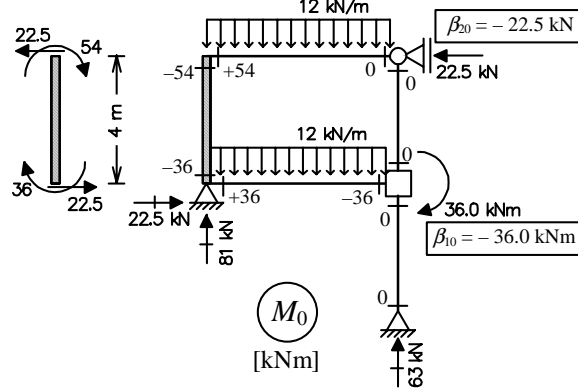
Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

# 1ª Questão

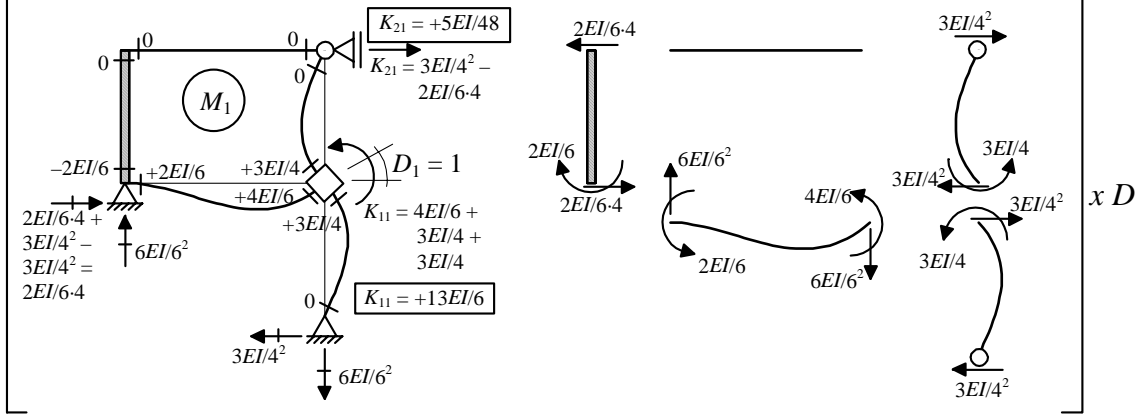
## Sistema Hipergeométrico (SH)



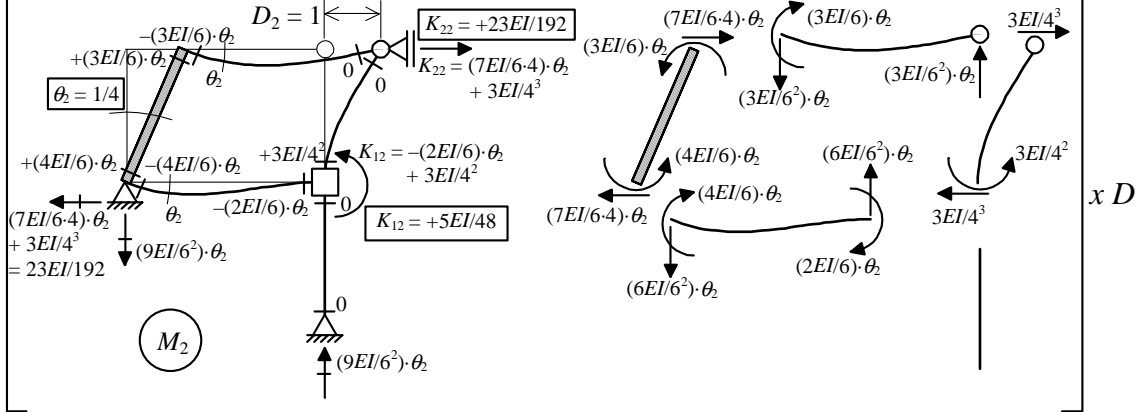
### caso (0) – Solicitação externa isolada no SH



### caso (1) – Deslocabilidade $D_1$ isolada no SH



### caso (2) – Deslocabilidade $D_2$ isolada no SH



### Sistema de Equações de Equilíbrio

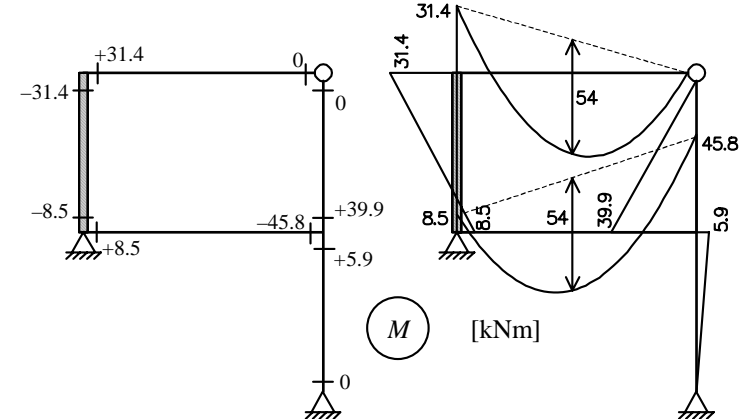
$$\begin{cases}
 \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\
 \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0
 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix}
 -36.0 \\
 -22.5
 \end{bmatrix}
 + EI \cdot
 \begin{bmatrix}
 +13/6 & +5/48 \\
 +5/48 & +23/192
 \end{bmatrix}
 \cdot
 \begin{Bmatrix}
 D_1 \\
 D_2
 \end{Bmatrix}
 =
 \begin{Bmatrix}
 0 \\
 0
 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow
 \begin{cases}
 D_1 = +\frac{1512}{191} \cdot \frac{1}{EI} = +0.330 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \\
 D_2 = +\frac{34560}{191} \cdot \frac{1}{EI} = +7.539 \cdot 10^{-3} \text{ m}
 \end{cases}$$

### Momentos Fletores finais

$$M = M_0 + M_1D_1 + M_2D_2$$



### 2ª Questão

**VIGA REAL**

**VIGA CONJUGADA**

Diagrama de momentos fletores:

$M_B^c = 0 \Rightarrow (M_B 3/EI) 2 - (M_C 3/EI) 4 + \theta_C 6 = 0$   
 $M_A^c = 0 \Rightarrow (M_B 3/EI) 4 + (M_B 3/EI) 8 - (M_C 3/EI) 10 + \theta_C 12 = 0$

### 3ª Questão

Sistema Principal (SP) e Hiperestático

caso (0) – Solicitação externa isolada no SP

caso (1) – Hiperestático  $X_1$  isolado no SP

Equação de Compatibilidade:

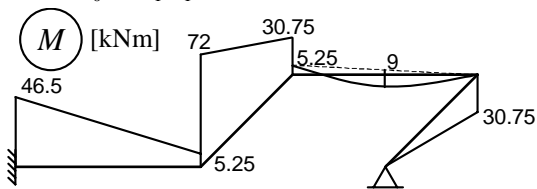
$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = +10.25 \text{ kN}$$

$$\delta_{10} = \left[ -\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 108 \cdot 3 - \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 36 \cdot 3 - \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 108 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 36 \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 72 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 36 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 9 \cdot 3 \right] \cdot \frac{1}{EI} + [(-3) \cdot 36 \cdot 3] \cdot \frac{1}{GJ_t} = -\frac{1107}{EI}$$

$$\delta_{11} = \left[ \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 + 3 \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \right) \right] \cdot \frac{1}{EI} + [2 \cdot ((-3) \cdot (-3) \cdot 3)] \cdot \frac{1}{GJ_t} = \frac{90}{EI} + \frac{54}{3EI} = +\frac{108}{EI}$$

Momentos Fletores e Momentos Torçores finais

$$M = M_0 + M_1 X_1$$



$$T = T_0 + T_1 X_1$$

