

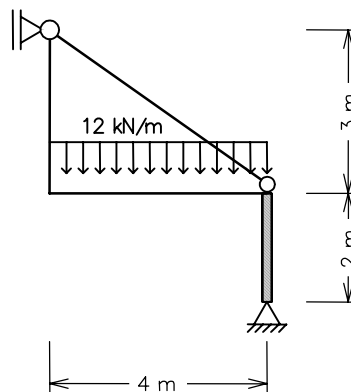
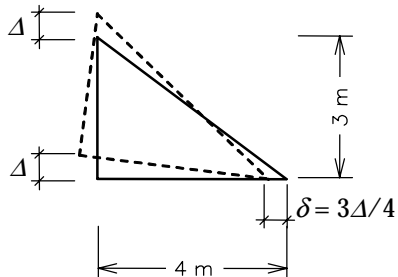
CIV 1127 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 1º Semestre – 2004

Segunda Prova – 02/06/2004 – Duração: 2:45 hs – Sem Consulta

1ª Questão (5,5 pontos)

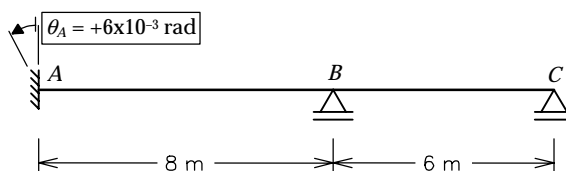
Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (**barras inextensíveis**). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 4 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra vertical inferior que é infinitamente rígida à flexão.

Dica: para pequenos deslocamentos, considere que a relação entre Δ e δ mostrada abaixo é válida.



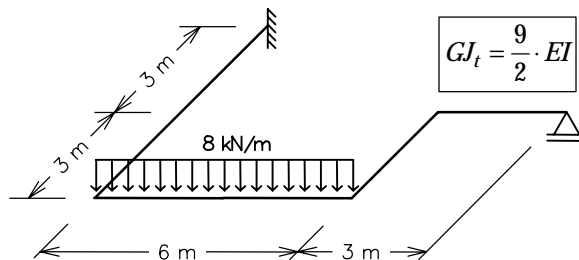
2ª Questão (1,5 pontos)

Considere a viga abaixo cujas barras têm inércia à flexão $EI = 2.4 \times 10^4 \text{ kNm}^2$. O apoio engaste da esquerda sofreu uma rotação como recalque, cujo valor foi avaliado em $\theta_A = +6 \times 10^{-3} \text{ rad}$. Utilizando a Analogia da Viga Conjugada, determine o diagrama de momentos fletores na viga provocado apenas pelo recalque de apoio.



3ª Questão (2,0 pontos)

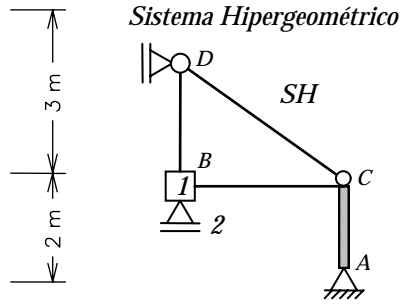
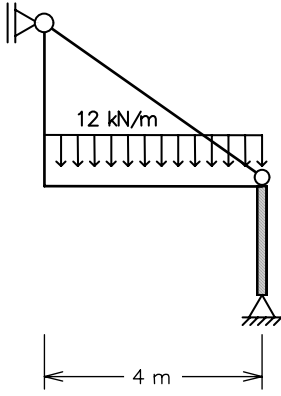
Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção GJ_t e a rigidez à flexão EI .



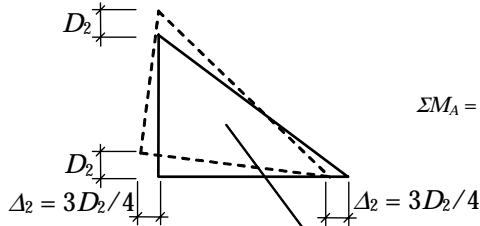
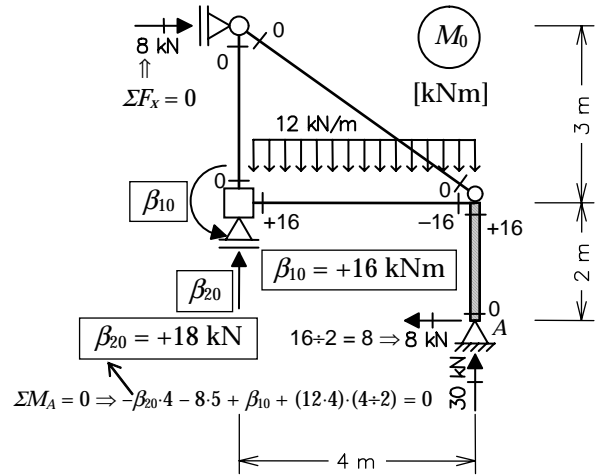
4ª Questão (1,0 ponto)

Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

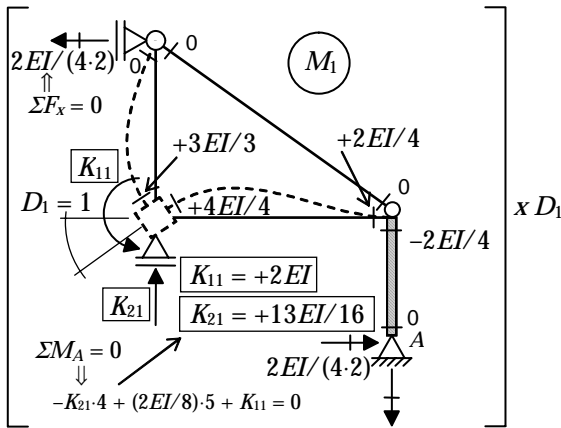
1ª Questão



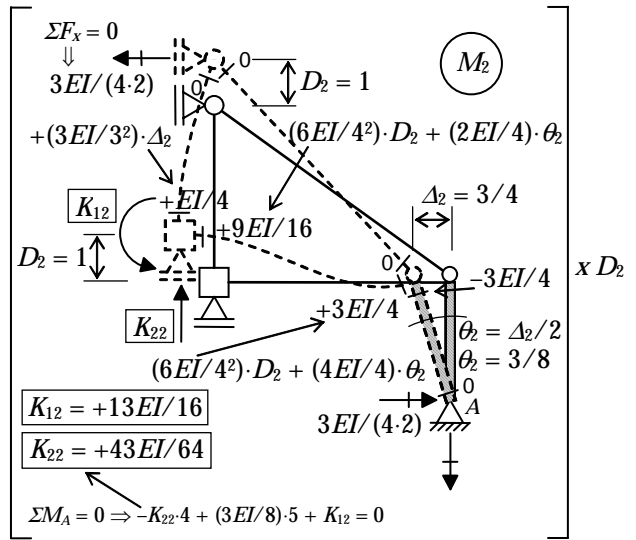
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) - Deslocabilidade D1 isolada no SH



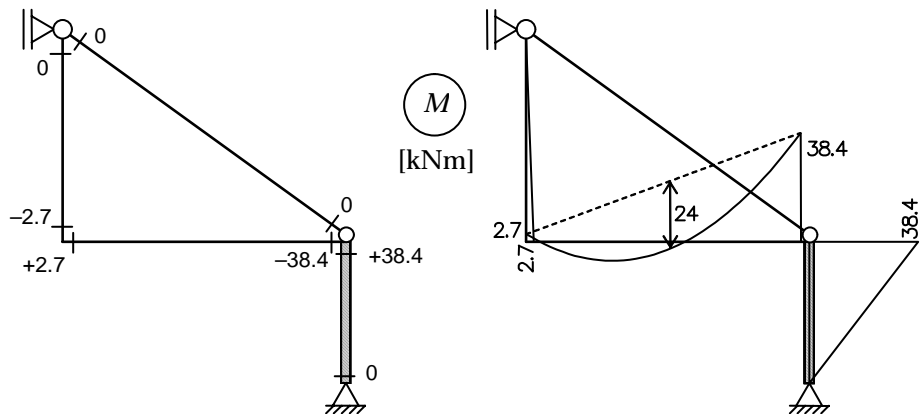
Caso (2) - Deslocabilidade D2 isolada no SH



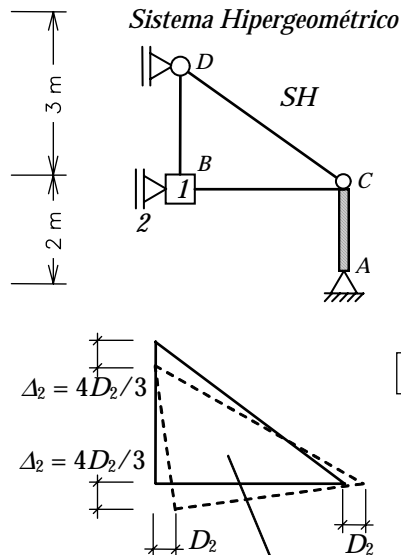
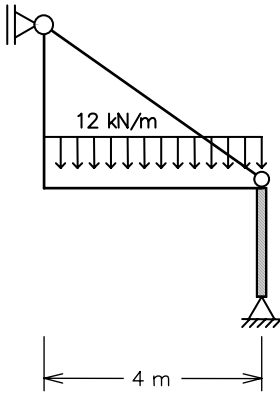
Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{Bmatrix} +16 \\ +18 \end{Bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +2 & +13/16 \\ +13/16 & +43/64 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = + \frac{5.668}{EI} \\ D_2 = - \frac{33.644}{EI} \end{cases}$$

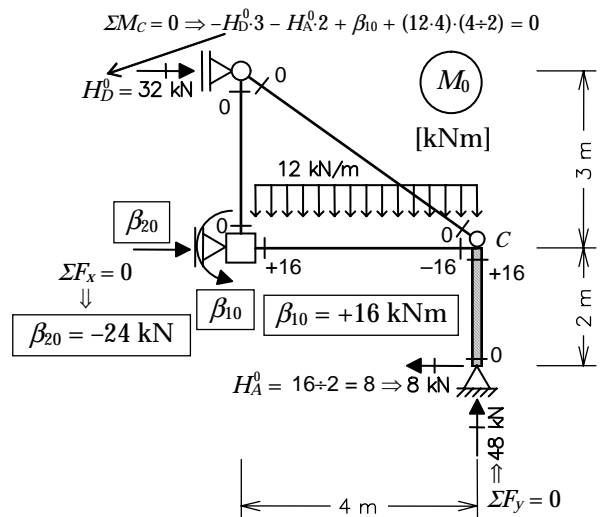
Momentos Fletores Finais:
 $M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$



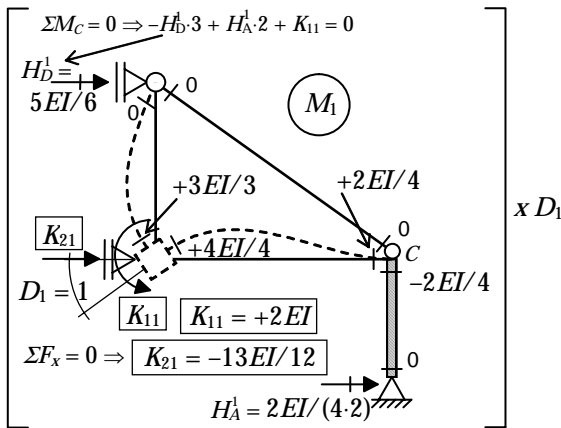
1ª Questão (outra opção para Sistema Hipergeométrico)



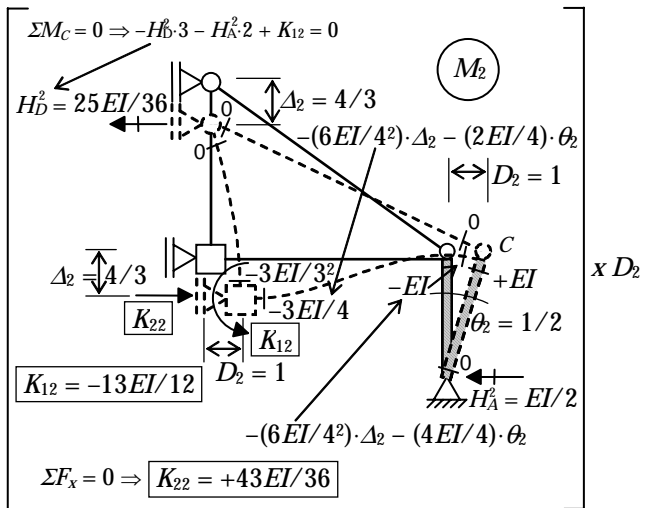
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) - Deslocabilidade D₁ isolada no SH



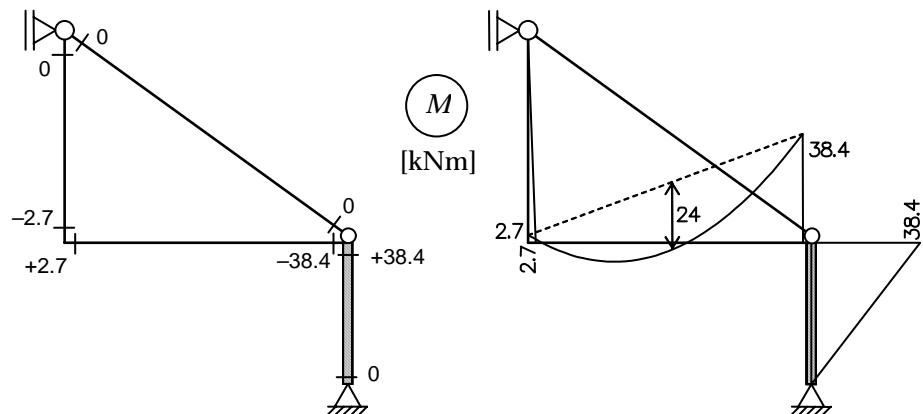
Caso (2) - Deslocabilidade D₂ isolada no SH



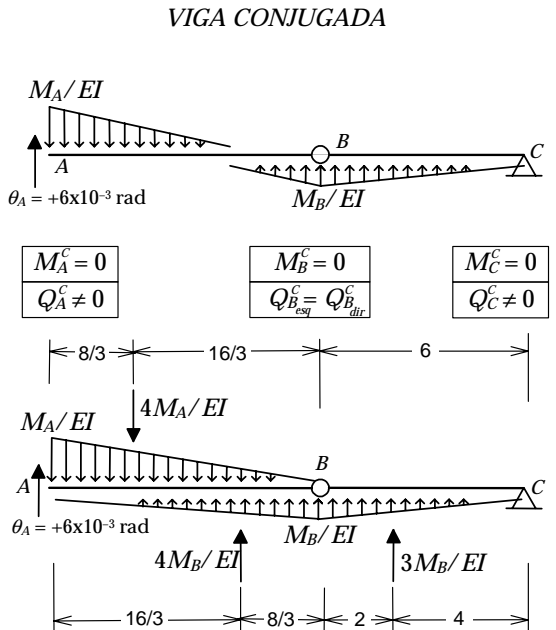
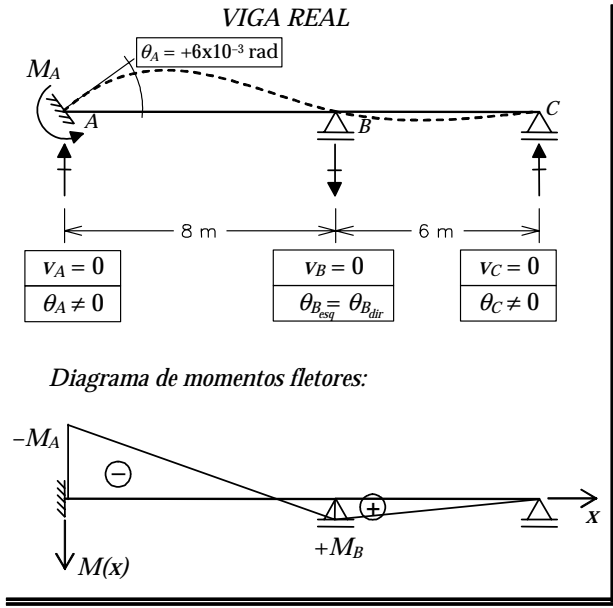
Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11} D_1 + K_{12} D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21} D_1 + K_{22} D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} +16 \\ -24 \end{bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +2 & -13/12 \\ -13/12 & +43/36 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = + \frac{5.668}{EI} \\ D_2 = + \frac{25.236}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:
 $M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$



2ª Questão



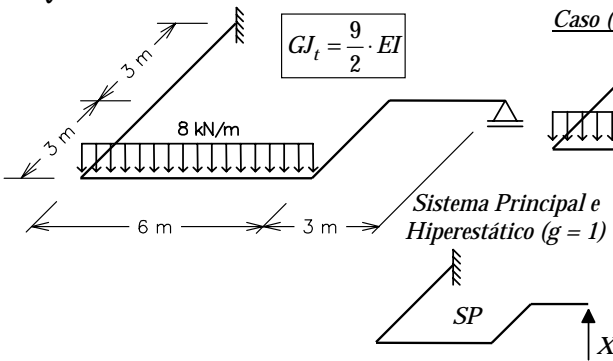
$EI = 2.4 \times 10^4 \text{ kNm}^2$

$M_B^C = 0 \Rightarrow +\theta_A \cdot 8 - (4M_A/EI) \cdot 16/3 + (4M_B/EI) \cdot 8/3 = 0$

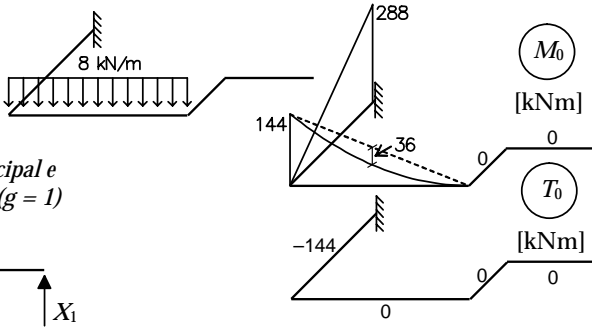
$M_C^C = 0 \Rightarrow +\theta_A \cdot 14 - (4M_A/EI) \cdot 34/3 + (4M_B/EI) \cdot 26/3 + (3M_B/EI) \cdot 4 = 0$

$\therefore \begin{cases} M_A = 63 \text{ kNm} \\ M_B = 18 \text{ kNm} \end{cases}$

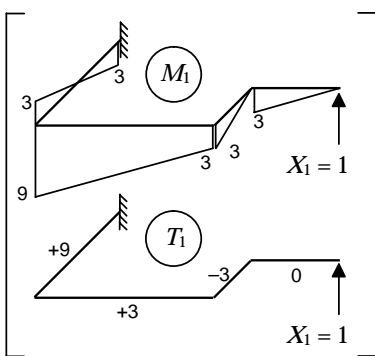
3ª Questão



Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - Hiperestático X_1 isolado no SP



Equação de compatibilidade:

$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0$

$$\delta_{10} = \left[\begin{matrix} -\frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 144 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 144 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 36 \cdot 6 \\ + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 36 \cdot 6 + \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 288 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 288 \cdot 6 \end{matrix} \right] \cdot \frac{1}{EI} + [(+9) \cdot (-144) \cdot 6] \cdot \frac{1}{GJ_t}$$

$$\delta_{10} = -\frac{3024}{EI} - \frac{7776}{GJ_t} = -\frac{3024}{EI} - \frac{2 \cdot 7776}{9 \cdot EI} = -\frac{4752}{EI}$$

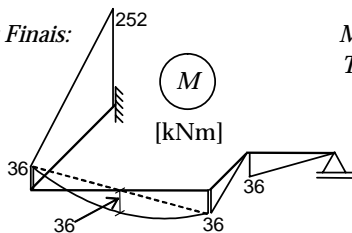
$$\delta_{11} = \left[\begin{matrix} 4 \cdot \left(+\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \right) + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 6 \\ + 2 \cdot \left(+\frac{1}{6} \cdot 9 \cdot 3 \cdot 6 \right) + \frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 \cdot 6 \end{matrix} \right] \cdot \frac{1}{EI} + [(-3) \cdot (-3) \cdot 3 + (+3) \cdot (+3) \cdot 6] \cdot \frac{1}{GJ_t}$$

$$\delta_{11} = +\frac{270}{EI} + \frac{567}{GJ_t} = +\frac{270}{EI} + \frac{2 \cdot 567}{9 \cdot EI} = +\frac{396}{EI}$$

$$\Rightarrow -\frac{4752}{EI} + \frac{396}{EI} \cdot X_1 = 0 \quad \therefore X_1 = +12 \text{ kN}$$

Momentos Fletores Finais:

$M = M_0 + M_1 \cdot X_1$



Momentos Torsores Finais:

$T = T_0 + T_1 \cdot X_1$

