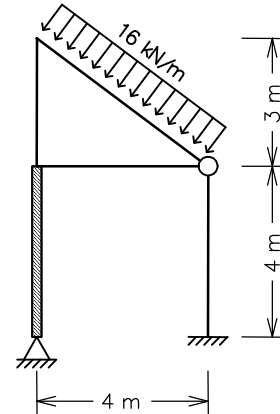


# CIV 1127 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2007

## Segunda Prova - 30/05/2007 - Duração: 2:45 hs - Sem Consulta

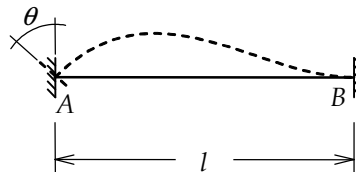
### 1ª Questão (5,5 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI = 1.2 \times 10^4 \text{ kNm}^2$ , com exceção da barra vertical inferior na esquerda que é infinitamente rígida à flexão.



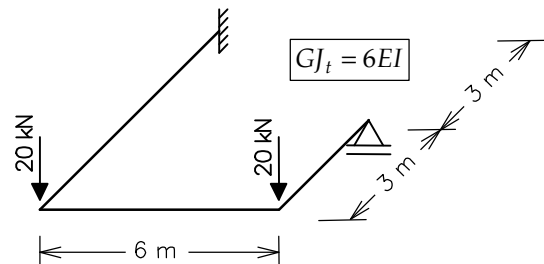
### 2ª Questão (1,5 pontos)

Considere a viga abaixo com rigidez à flexão  $EI$  constante. Utilizando a Analogia da Viga Conjugada, determine as reações de apoio na viga provocadas por um recalque rotacional  $\theta$ , no sentido anti-horário, do engaste A na esquerda.



### 3ª Questão (2,0 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção  $GJ_t$  e a rigidez à flexão  $EI$ .



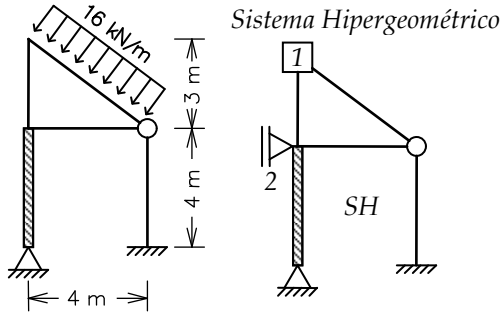
### 4ª Questão (1,0 ponto)

Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

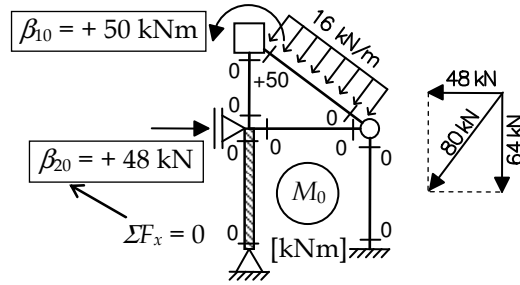
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ D_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

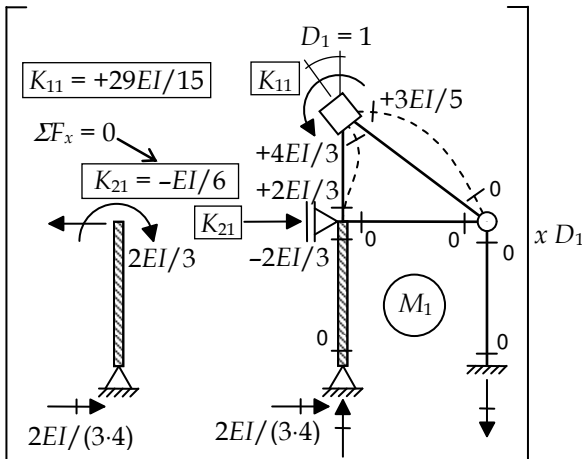
1ª Questão



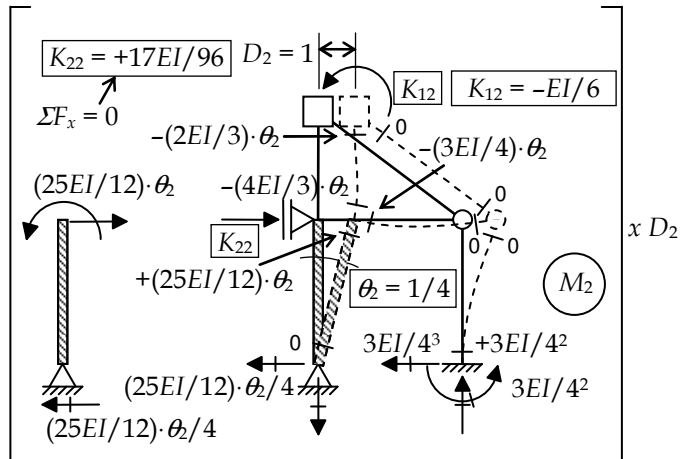
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) - Deslocabilidade D1 isolada no SH



Caso (2) - Deslocabilidade D2 isolada no SH

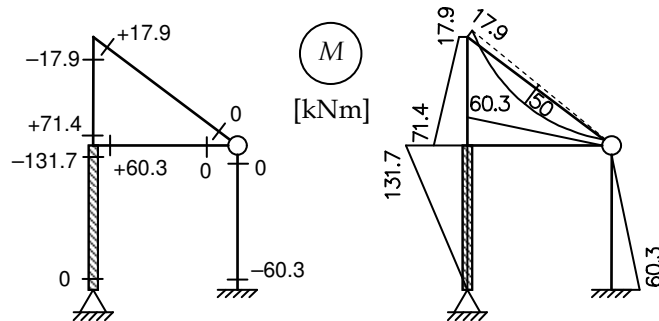


Equações de equilíbrio:

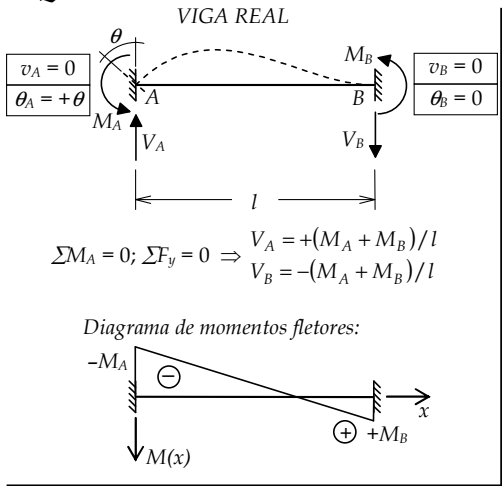
$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{Bmatrix} +50 \\ +48 \end{Bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +29/15 & -1/6 \\ -1/6 & +17/96 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{53.576}{EI} \\ D_2 = -\frac{321.48}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$

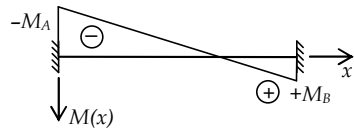


2ª Questão

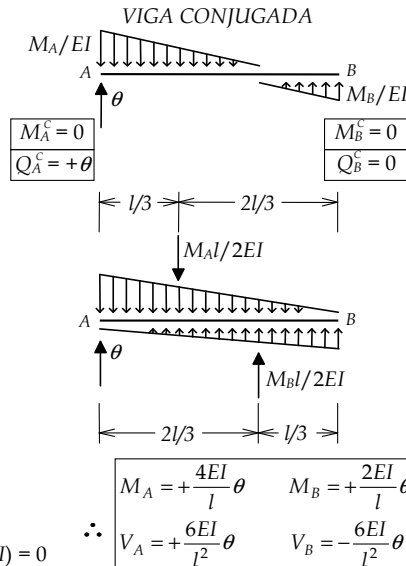


$$\sum M_A = 0; \sum F_y = 0 \Rightarrow \begin{cases} V_A = +(M_A + M_B)/l \\ V_B = -(M_A + M_B)/l \end{cases}$$

Diagrama de momentos fletores:

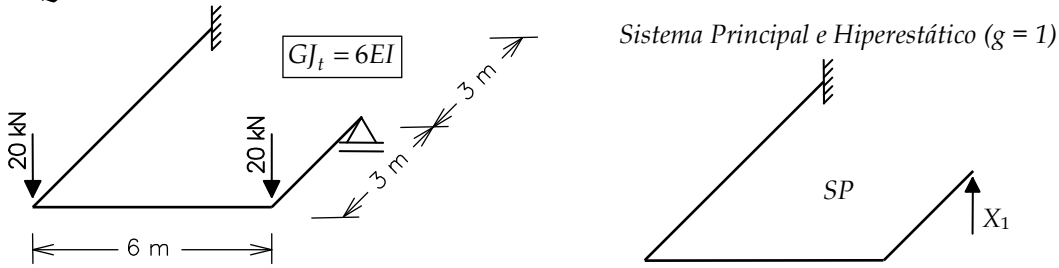


$$\begin{aligned} M_A^c = 0 &\Rightarrow M_B = M_A/2 \\ \sum F_y^c = 0 &\Rightarrow \theta - (M_A/l) + (M_B/l) = 0 \end{aligned}$$

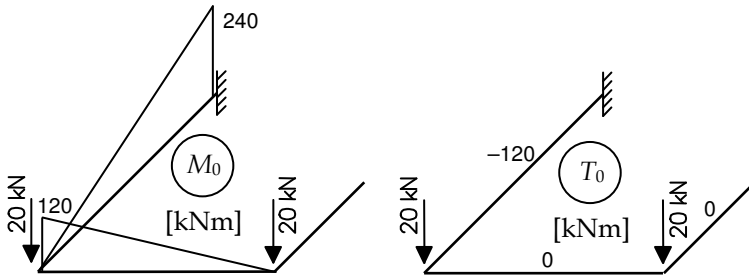


$$\begin{aligned} M_A &= +\frac{4EI}{l} \theta & M_B &= +\frac{2EI}{l} \theta \\ V_A &= +\frac{6EI}{l^2} \theta & V_B &= -\frac{6EI}{l^2} \theta \end{aligned}$$

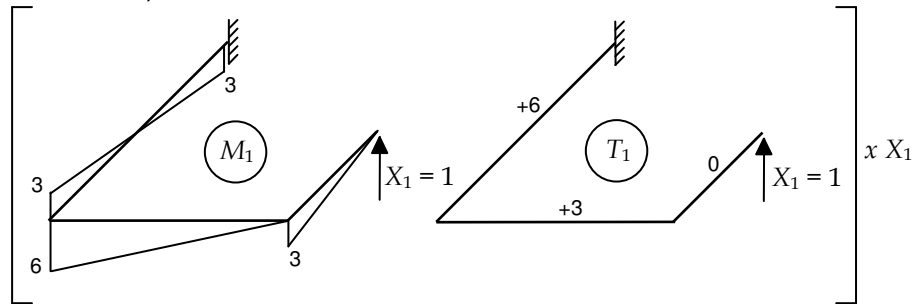
3ª Questão



Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - Hiperstático  $X_1$  isolado no SP



Equação de compatibilidade:

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0$$

$$\delta_{10} = \left[ -\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 120 \cdot 6 + \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 240 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 240 \cdot 6 \right] \cdot \frac{1}{EI} + [(+6) \cdot (-120) \cdot 6] \cdot \frac{1}{GJ_t} \Rightarrow$$

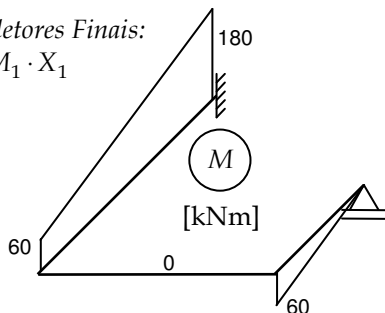
$$\delta_{10} = -\frac{2160}{EI} - \frac{4320}{6EI} = -\frac{2880}{EI}$$

$$\delta_{11} = \left[ \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 \right] \cdot \frac{1}{EI} + [(+3) \cdot (+3) \cdot 6 + (+6) \cdot (+6) \cdot 6] \cdot \frac{1}{GJ_t} \Rightarrow$$

$$\delta_{11} = \frac{99}{EI} + \frac{270}{6EI} = +\frac{144}{EI} \Rightarrow -\frac{2880}{EI} + \frac{144}{2EI} \cdot X_1 = 0 \therefore X_1 = +20 \text{ kN}$$

Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1$$



Momentos Torsores Finais:

$$T = T_0 + T_1 \cdot X_1$$

