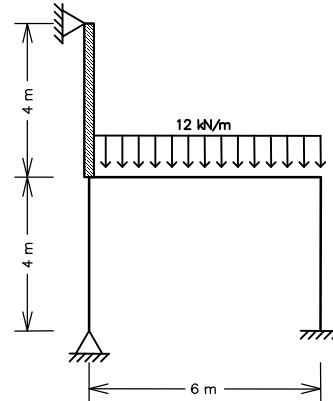


# CIV 1127 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 1º Semestre – 2008

## Segunda Prova – 21/05/2008 – Duração: 2:45 hs – Sem Consulta

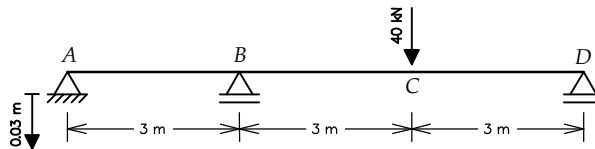
### 1ª Questão (5,5 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI = 3 \times 10^4 \text{ kNm}^2$ , com exceção da barra vertical superior na esquerda que é infinitamente rígida à flexão.



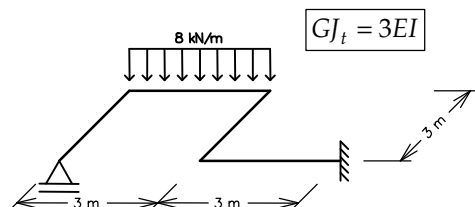
### 2ª Questão (1,5 pontos)

Considere a viga abaixo cujas barras têm inércia à flexão  $EI = 1.2 \times 10^4 \text{ kNm}^2$ . Utilizando a Analogia da Viga Conjugada, determine o diagrama de momentos fletores. A viga está submetida, concomitantemente, a um recalque vertical para baixo de 3 cm no apoio A e a uma carga concentrada vertical para baixo na seção C.



### 3ª Questão (2,0 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção  $GJ_t$  e a rigidez à flexão  $EI$ .



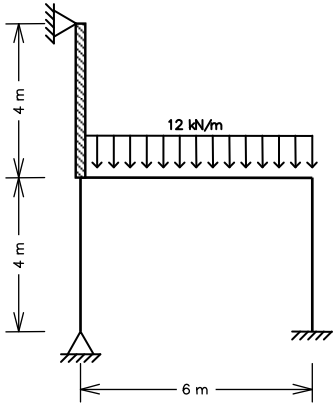
### 4ª Questão (1,0 ponto)

Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

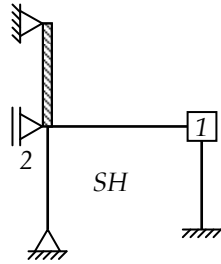
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ D_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

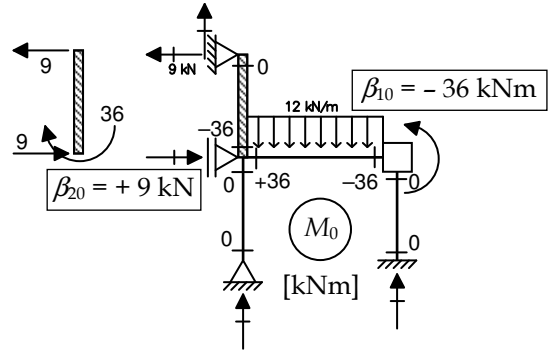
1ª Questão



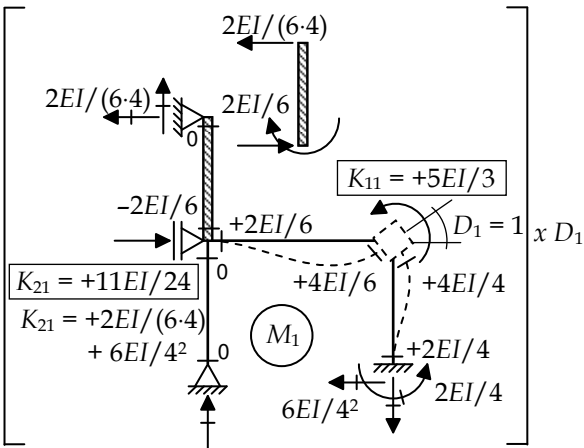
Sistema Hipergeométrico



Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) - Deslocabilidade D<sub>1</sub> isolada no SH



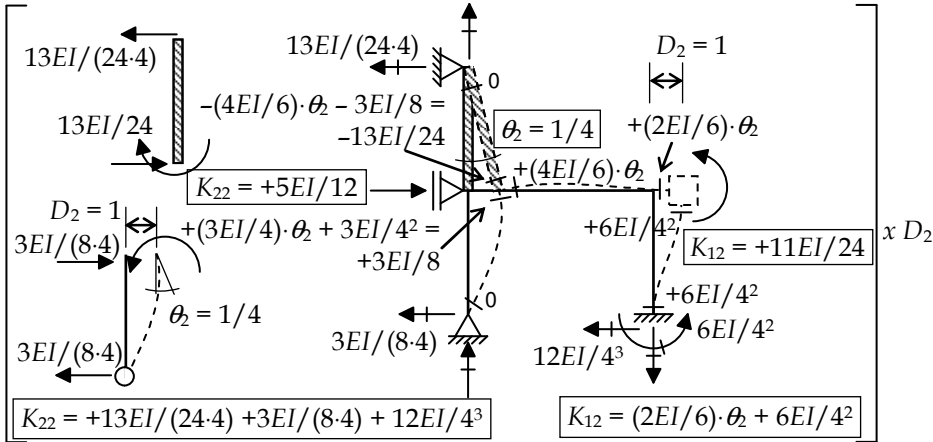
Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases}$$

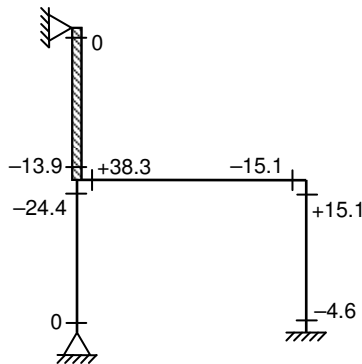
$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} -36 \\ +9 \end{Bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +5/3 & +11/24 \\ +11/24 & +5/12 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = + \frac{39.484}{EI} \\ D_2 = - \frac{65.032}{EI} \end{cases}$$

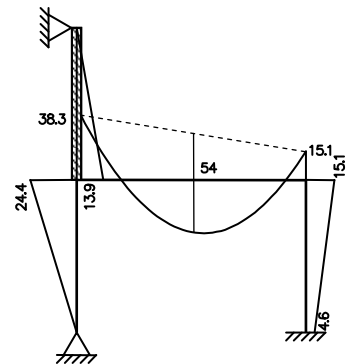
Caso (2) - Deslocabilidade D<sub>2</sub> isolada no SH



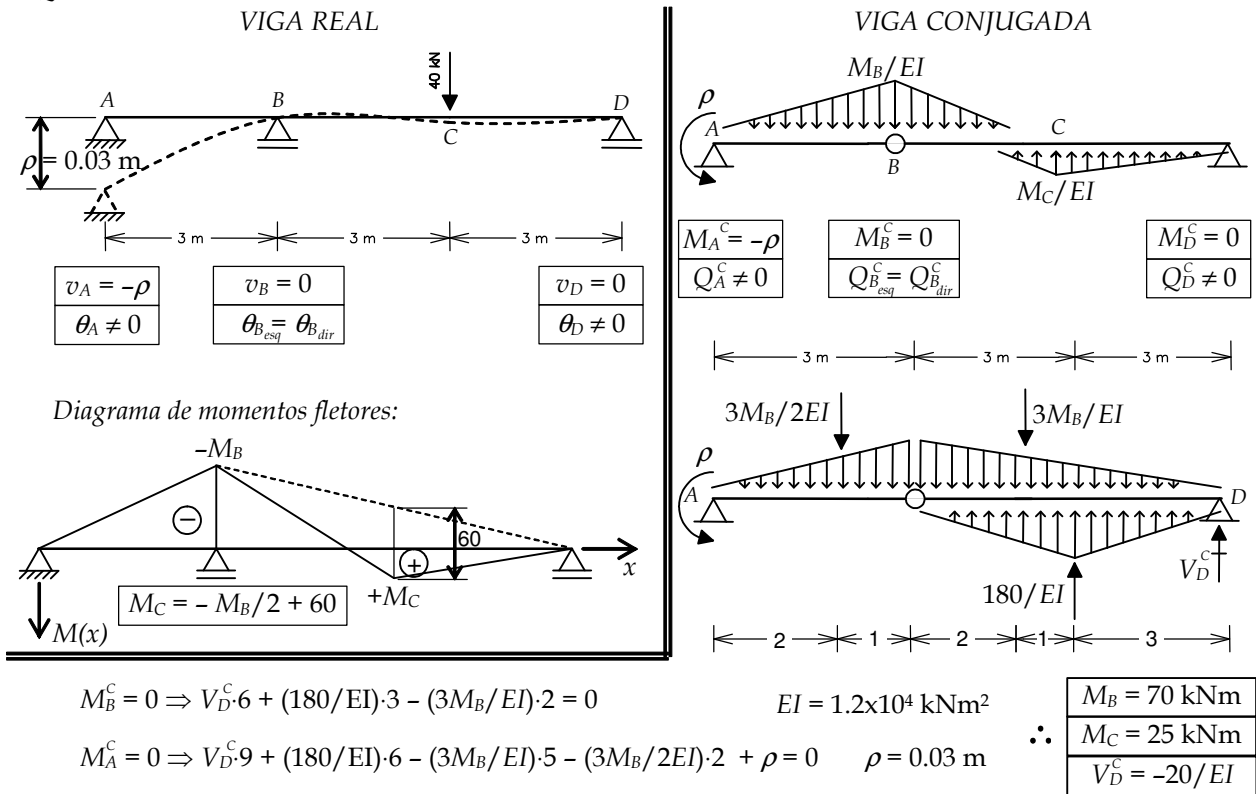
Momentos Fletores Finais:  
 $M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$



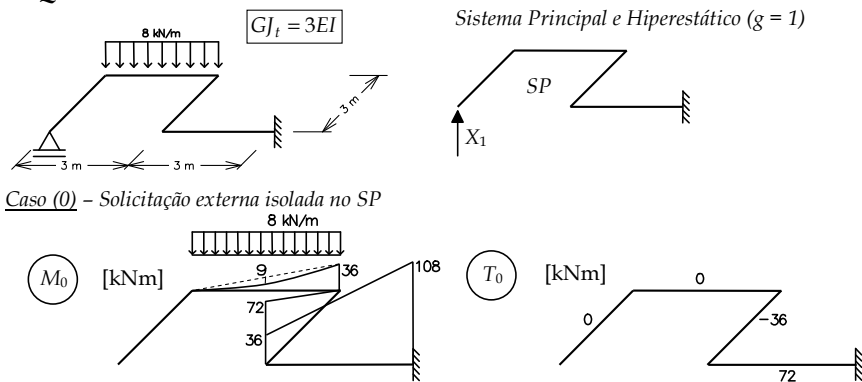
M  
 [kNm]



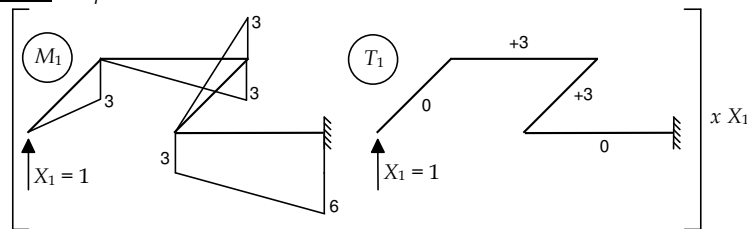
2ª Questão



3ª Questão



Caso (1) - Hiperestático X<sub>1</sub> isolado no SP



Equação de compatibilidade:

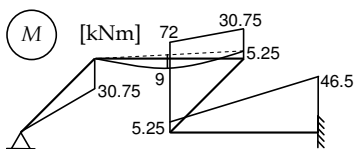
$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = +10.25 \text{ kN}$$

$$\delta_{10} = \left[ -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 36 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 9 \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 72 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 36 \cdot 3 - \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 108 \cdot 3 - \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 36 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 108 \cdot 3 \right] \cdot \frac{1}{EI} + [(+3) \cdot (-36) \cdot 3] \cdot \frac{1}{GJ_t}$$

$$\delta_{10} = -\frac{999}{EI} - \frac{324}{GJ_t} = -\frac{999}{EI} - \frac{324}{3EI} = -\frac{1107}{EI}$$

$$\delta_{11} = \left[ 3 \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \right) + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 3 \cdot 6 \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 6 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 \right] \cdot \frac{1}{EI} + [2 \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3)] \cdot \frac{1}{GJ_t} = \frac{90}{EI} + \frac{54}{3EI} = \frac{108}{EI}$$

Momentos Fletores Finais:  $M = M_0 + M_1 \cdot X_1$



Momentos Torsores Finais:  $T = T_0 + T_1 \cdot X_1$

