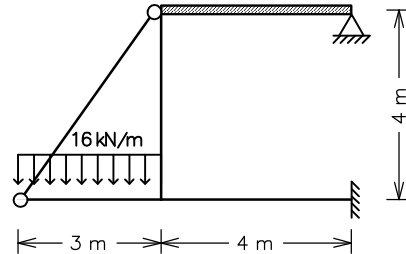


# CIV 1127 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2009

## Segunda Prova - 20/05/2009 - Duração: 2:45 hs - Sem Consulta

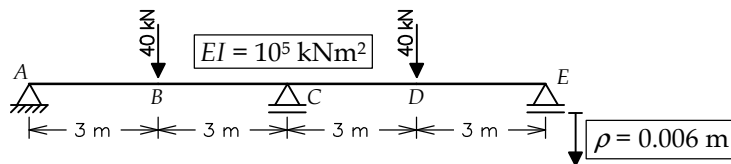
### 1ª Questão (5,5 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI = 10^5 \text{ kNm}^2$ , com exceção da barra horizontal superior que é infinitamente rígida à flexão.



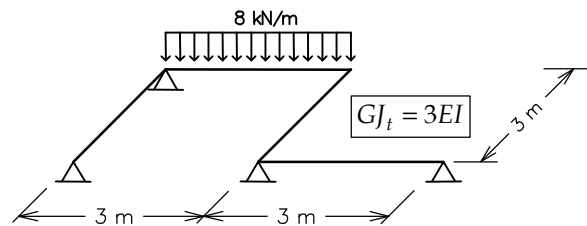
### 2ª Questão (1,5 pontos)

Considere a viga abaixo com dois vãos. As barras têm inércia à flexão  $EI = 10^5 \text{ kNm}^2$ . Utilizando a Analogia da Viga Conjugada, determine o diagrama de momentos fletores na viga provocado pelas forças concentradas de 40 kN atuando nos centros dos vãos e pelo recalque vertical  $\rho = 6 \text{ mm}$ , de cima para baixo, do apoio simples E na direita.



### 3ª Questão (2,0 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção  $GJ_t$  e a rigidez à flexão  $EI$ .



### 4ª Questão (1,0 ponto)

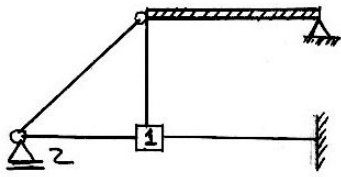
Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

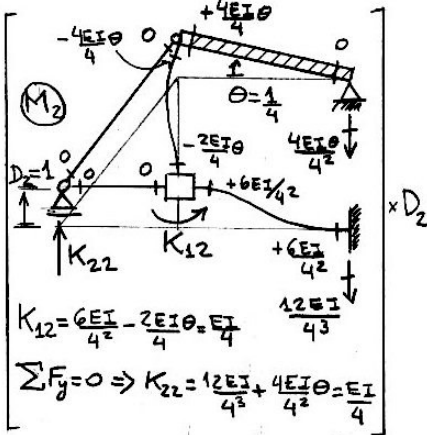
$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ D_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

1ª Questão

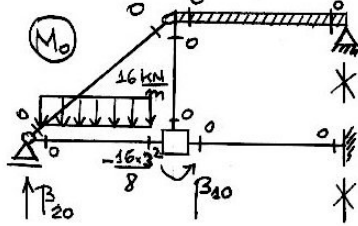
Sistema Hipergeométrico



Caso (2) - D<sub>2</sub> isolada no SH

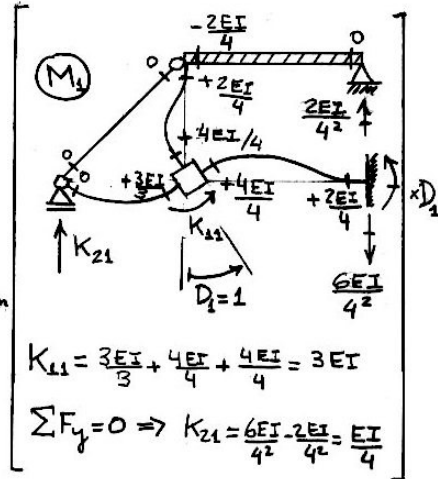


Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



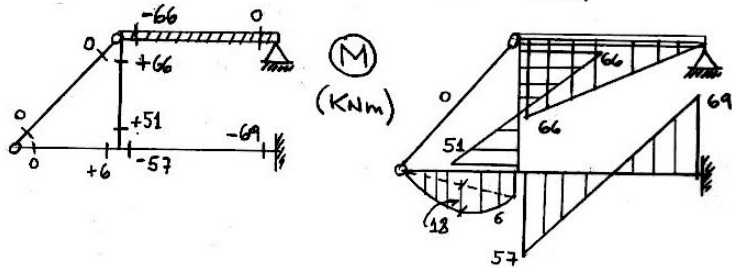
$B_{40} = -\frac{16 \times 3^2}{8} = -18 \text{ kNm}$   
 $\sum F_y = 0 \Rightarrow B_{20} - 16 \times 3 = 0$   
 $B_{20} = +48 \text{ kN}$

Caso (1) - D<sub>1</sub> isolada no SH



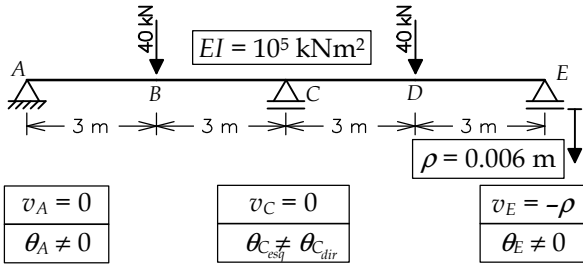
Equações de Equilíbrio  $\rightarrow \begin{cases} B_{30} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ B_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 3EI & EI/4 \\ EI/4 & EI/4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} +18 \\ -48 \end{Bmatrix}$   
 $\Rightarrow \begin{cases} D_1 = 24/EI \\ D_2 = -216/EI \end{cases}$

Momentos Fletores Finais  
 $(M = M_0 + M_1 D_1 + M_2 D_2)$

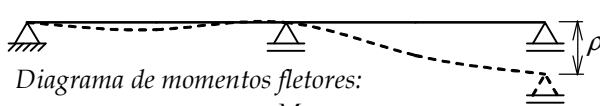


2ª Questão

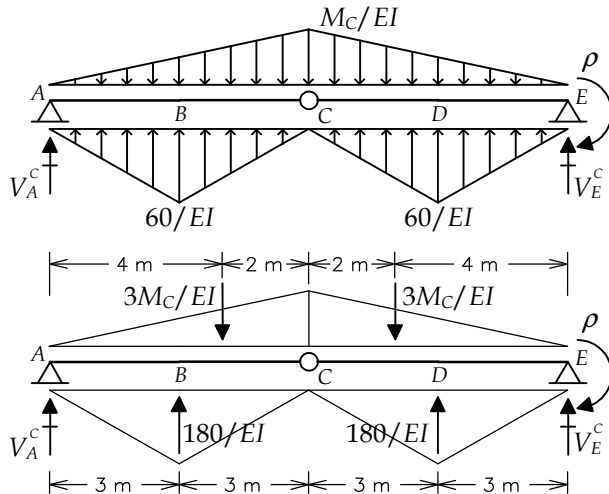
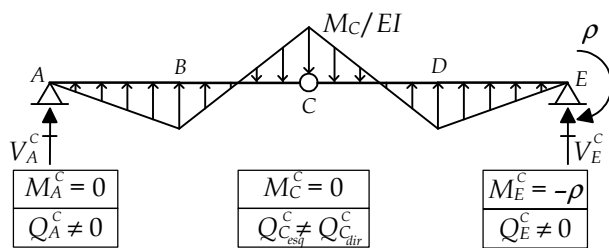
VIGA REAL



Configuração deformada (elástica):

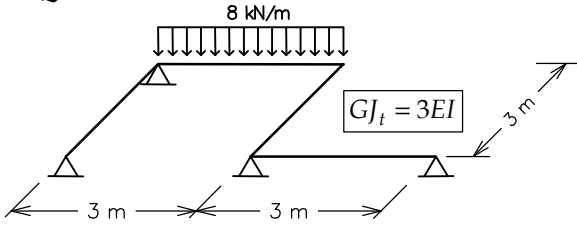


VIGA CONJUGADA

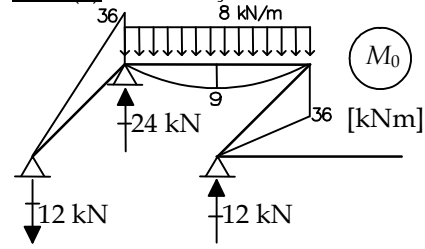


$\therefore M_C = 70 \text{ kNm}$      $V_E^C = +8.0 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$   
 $M_B = M_D = 25 \text{ kNm}$

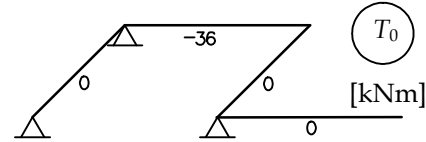
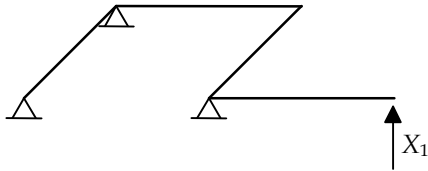
3ª Questão



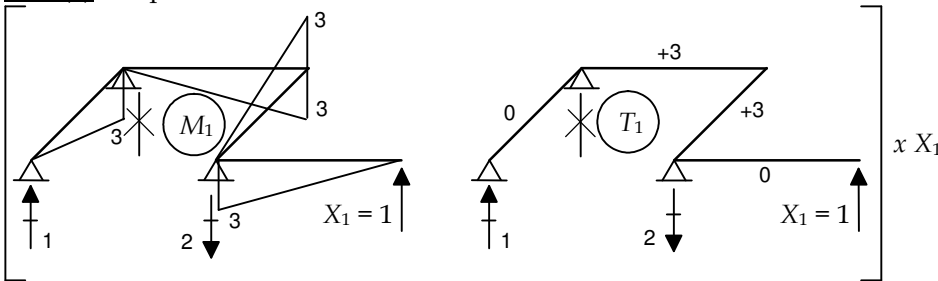
caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Sistema Principal (SP) e Hiperestático



caso (1) - Hiperestático X\_1 isolado no SP



Equação de Compatibilidade

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0$$

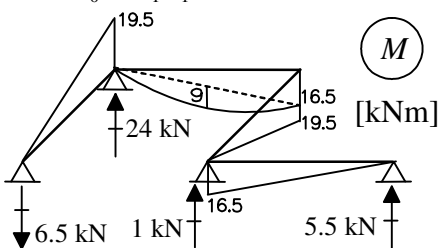
$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \left[ -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 36 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 9 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 36 \cdot 3 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(+3) \cdot (-36) \cdot 3] = -\frac{189}{EI} - \frac{324}{3EI} = -\frac{297}{EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[ \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(+3) \cdot (+3) \cdot 3 + (+3) \cdot (+3) \cdot 3] = \frac{36}{EI} + \frac{54}{3EI} = +\frac{54}{EI}$$

$$\Rightarrow X_1 = +5.5 \text{ kN}$$

Momentos Fletores e Momentos Torçores finais

$$M = M_0 + M_1 X_1$$



$$T = T_0 + T_1 X_1$$

