

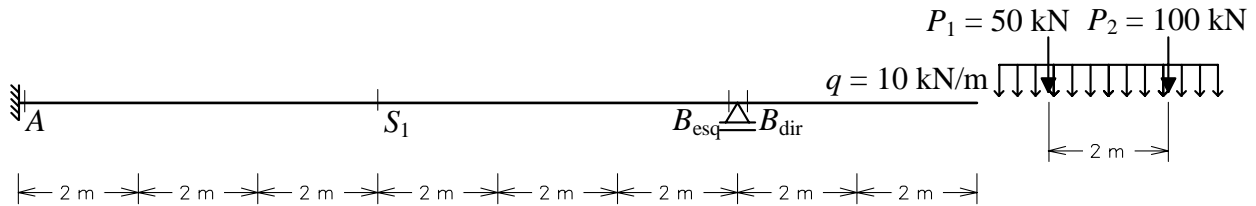
# CIV 1127 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 1º Semestre – 2001

## Terceira Prova – Data: 09/07/2001 – Duração: 3:00 hs – Sem Consulta

Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

### 1ª Questão (3,5 pontos)

Você está envolvido no projeto de uma ponte rodoviária cujo sistema estrutural é a viga mostrada abaixo com um vão e um balanço. A carga permanente, constituída do peso próprio da estrutura, é uniformemente distribuída, tendo sido avaliada em  $g = 4 \text{ kN/m}$ . A carga móvel está indicada na figura, sendo que  $q$  representa a carga de multidão e as cargas  $P_1$  e  $P_2$  representam as cargas dos eixos do veículo de projeto. A carga de multidão não tem extensão definida, isto é, a sua área de atuação deve ser obtida de forma a majorar ou minorar um determinado efeito.



Pede-se:

- (a) Desenhe abaixo os aspectos das linhas de influência de esforços cortantes nas seções A,  $S_1$ ,  $B_{\text{esq}}$  e  $B_{\text{dir}}$ . Obs.: a tabela do item (b) pode auxiliar no traçado das linhas de influência.

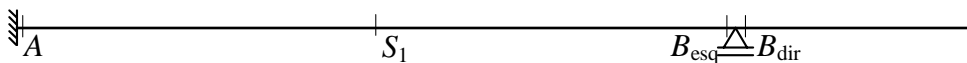
	$A_1 = +7.490$	$A_2 = -1.000$
	$A_0 = -0.664$	$A_1 = +2.154$
	$A_1 = -4.510$	$A_2 =$
	$A_1 =$	$A_2 =$

- (b) A tabela abaixo mostra valores das ordenadas das linhas de influência do item (a). Complete a tabela, determinando os valores que não são fornecidos. O ponto A é a origem do eixo  $x$ . Determine também os valores que não são fornecidos para as áreas positivas e negativas ( $A_0$ ,  $A_1$  e  $A_2$ ) das linhas de influência na figura da página anterior.

$x$	0 m	2 m	4 m	6 m	8 m	10 m	12 m	14 m	16 m
LI $Q_A$	1.000	0.961	0.852	0.688	0.481	0.248	0.000	-0.250	-0.500
LI $Q_{S_1}$	0.000	-0.039	-0.148	-0.313	0.481	0.248	0.000		
LI $Q_{B_{esq}}$	0.000	-0.039	-0.148	-0.313	-0.519	-0.752	-1.000		
LI $Q_{B_{dir}}$							0.000		

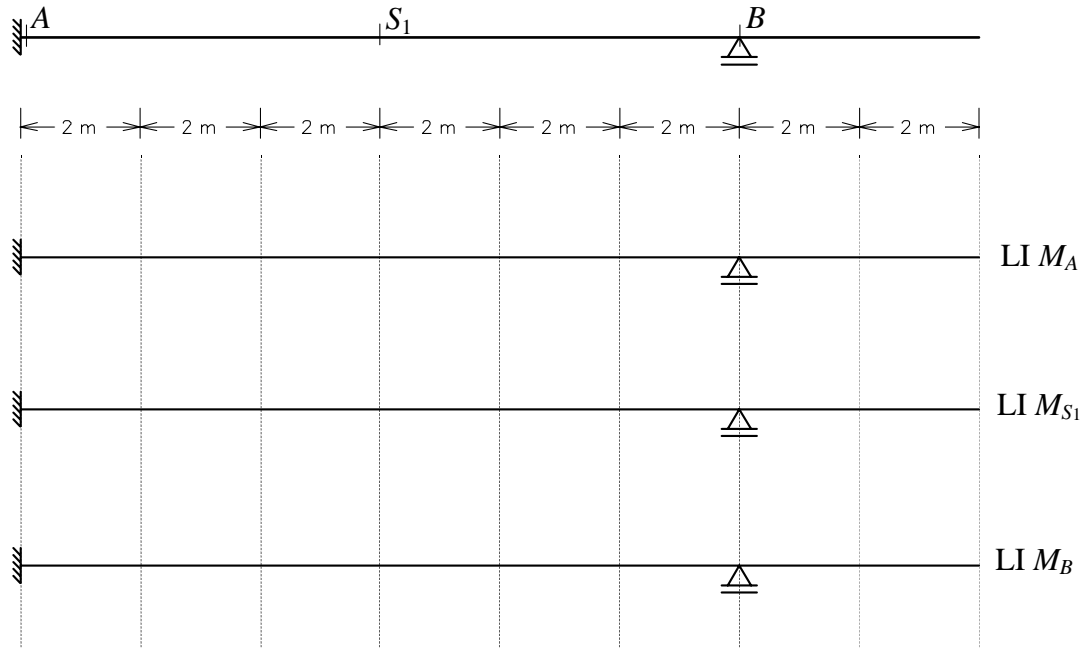
- (c) Com base nas linhas de influência do item (a) e na tabela do item (b) indique na figura da folha anterior as posições da carga móvel que provocam máximos e mínimos para esforço cortante nas seções indicadas.
- (d) Utilizando os resultados dos itens (a), (b) e (c), complete na tabela abaixo os valores do esforços cortantes máximos e mínimos nas seções  $A$ ,  $S_1$ ,  $B_{esq}$  e  $B_{dir}$  provocados pela carga permanente e pela carga móvel. Utilize a convenção de sinais usual para esforços cortantes. Desenhe as envoltórias de esforços cortantes máximos e mínimos baseadas nos valores obtidos.

Seção	Carga Permanente	Carga Móvel		Envoltórias	
		Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo
$Q_A$ [kN]					
$Q_{S_1}$ [kN]					
$Q_{B_{esq}}$ [kN]					
$Q_{B_{dir}}$ [kN]					



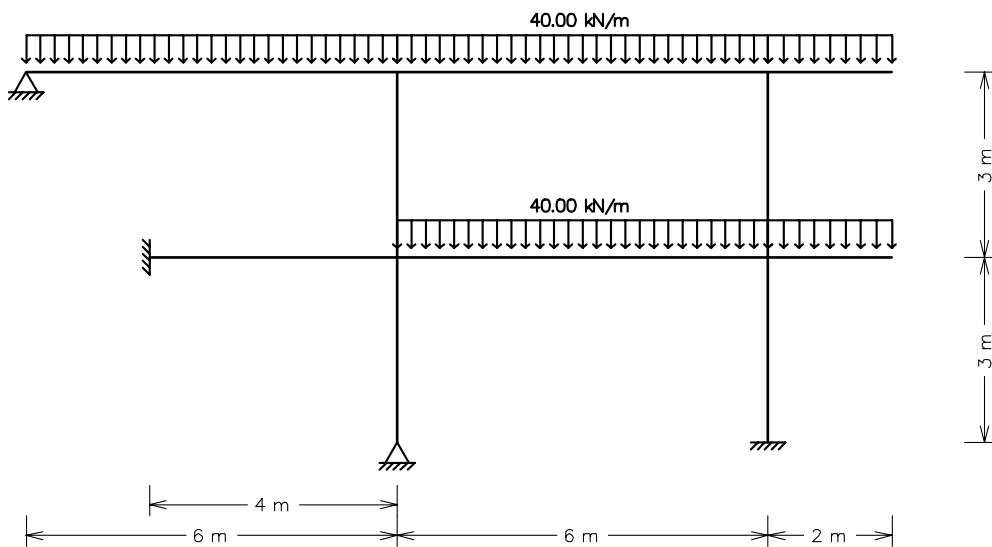
Envoltórias de Esforço Cortante

(e) Desenhe abaixo os aspectos das linhas de influência de momentos fletores nas seções A,  $S_1$  e B.



**2ª Questão (2,5 pontos)**

Empregando-se o Processo de Cross, obter o diagrama de momentos fletores (precisão de 1 KNm) para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI$ . Utilize duas casas decimais para os coeficientes de distribuição de momentos.



### 3ª Questão (2,0 pontos)

Você está envolvido no projeto de uma estrutura, mas perdeu o desenho do modelo estrutural. Felizmente, você encontrou o arquivo de dados de entrada e saída para o programa de computador que foi utilizado para fazer a análise estrutural. Este arquivo está reproduzido abaixo.

#### Dados de Entrada e Resultados do Modelo Computacional

##### Coordenadas Nodais e Condições de Suporte

Nó	X (m)	Y (m)	Desloc. X	Desloc. Y	Rotação Z
1	0.0	0.0	Fixo	Fixo	Fixo
2	6.0	0.0	Livre	Fixo	Livre
3	0.0	4.0	Livre	Livre	Livre
4	6.0	6.0	Livre	Livre	Livre
5	0.0	8.0	Livre	Livre	Livre
6	6.0	10.0	Livre	Livre	Livre

##### Dados das Barras

Barra	Nó inicial	Nó final	Rótula inicial	Rótula final	Mod.Elast. (kN/m <sup>2</sup> )	Área Seção (m <sup>2</sup> )	Mom.Inércia (m <sup>4</sup> )
1	1	3	Não	Não	1.0e+08	0.01	0.001
2	2	4	Não	Não	1.0e+08	0.01	0.001
3	3	4	Não	Não	1.0e+08	0.01	0.001
4	3	5	Não	Não	1.0e+08	0.01	0.001
5	4	6	Não	Não	1.0e+08	0.01	0.001
6	5	6	Não	Não	1.0e+08	0.01	0.001

##### Dados de Cargas Nodais

Nó	Fx (kN)	Fy (kN)	Mz (kNm)
Nenhum			

##### Dados de Carregamentos Uniformemente Distribuídos em Barras

Barra	Direção	Qx (kN/m)	Qy (kN/m)
3	Local	0.0	-8.0
6	Local	0.0	-8.0

##### Resultados de Deslocamentos e Rotações Nodais

Nó	Desloc. X (m)	Desloc. Y (m)	Rotação Z (rad)
1	0.000e+00	0.000e+00	0.000e+00
2	+3.367e-03	0.000e+00	-4.892e-05
3	+3.308e-03	-9.868e-05	-8.009e-04
4	+3.660e-03	-4.280e-04	-4.892e-05
5	+5.277e-03	-1.880e-04	-3.703e-04
6	+5.300e-03	-5.307e-04	-1.571e-04

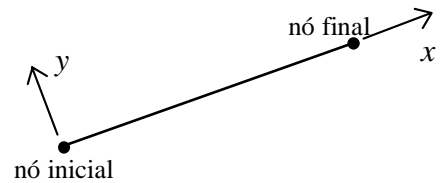
##### Resultados de Esforços nas Barras (direções locais)

Barra	Normal Nó inicial (kN)	Normal Nó final (kN)	Cortante Nó inicial (kN)	Cortante Nó final (kN)	Momento Nó inicial (kNm)	Momento Nó final (kNm)
1	+24.7	-24.7	+32.0	-32.0	+84.0	+44.0
2	+71.3	-71.3	+16.0	-16.0	0.0	0.0
3	-36.3	+36.3	+14.6	+36.0	-19.2	-48.7
4	+22.3	-22.3	-7.0	+7.0	-24.8	-3.3
5	+25.7	-25.7	+23.0	-23.0	-48.7	+43.3
6	+13.7	-13.7	+19.0	+31.6	+3.3	-43.3

Os deslocamentos e rotações são fornecidos no sistema de coordenadas globais.

As cargas uniformemente distribuídas e os esforços (normal, cortante e momento fletor) são fornecidos no sistema de coordenadas locais de cada barra. Este sistema de coordenadas locais é definido de tal forma que o eixo local  $x$  vai do nó inicial ao nó final da barra, tal como mostrado na figura ao lado.

Neste caso, vale a convenção de sinais do Método dos Deslocamentos: o sinal positivo significa que o esforço está na mesma direção de um eixo local, e o sinal negativo, na direção contrária ao eixo local.



Com base nos resultados do modelo estrutural, pede-se:

- Desenhe o modelo estrutural e a sua configuração deformada (exagerando os valores dos deslocamentos e rotações).
- Desenhe os diagramas de esforços normais, esforços cortantes e momentos fletores fornecidos pelo modelo estrutural. Esforços normais de tração são positivos e de compressão são negativos. Esforços cortantes são positivos quando, entrando com as forças abaixo de uma seção transversal, a resultante das forças na direção transversal à barra for no sentido da direita para a esquerda. O diagrama de momentos fletores é sempre desenhado do lado da fibra tracionada.
- Ao verificar os diagramas desenhados no item (b), pode-se constatar que existem dois erros nos resultados fornecidos pelo programa de computador. Indique esses dois erros.

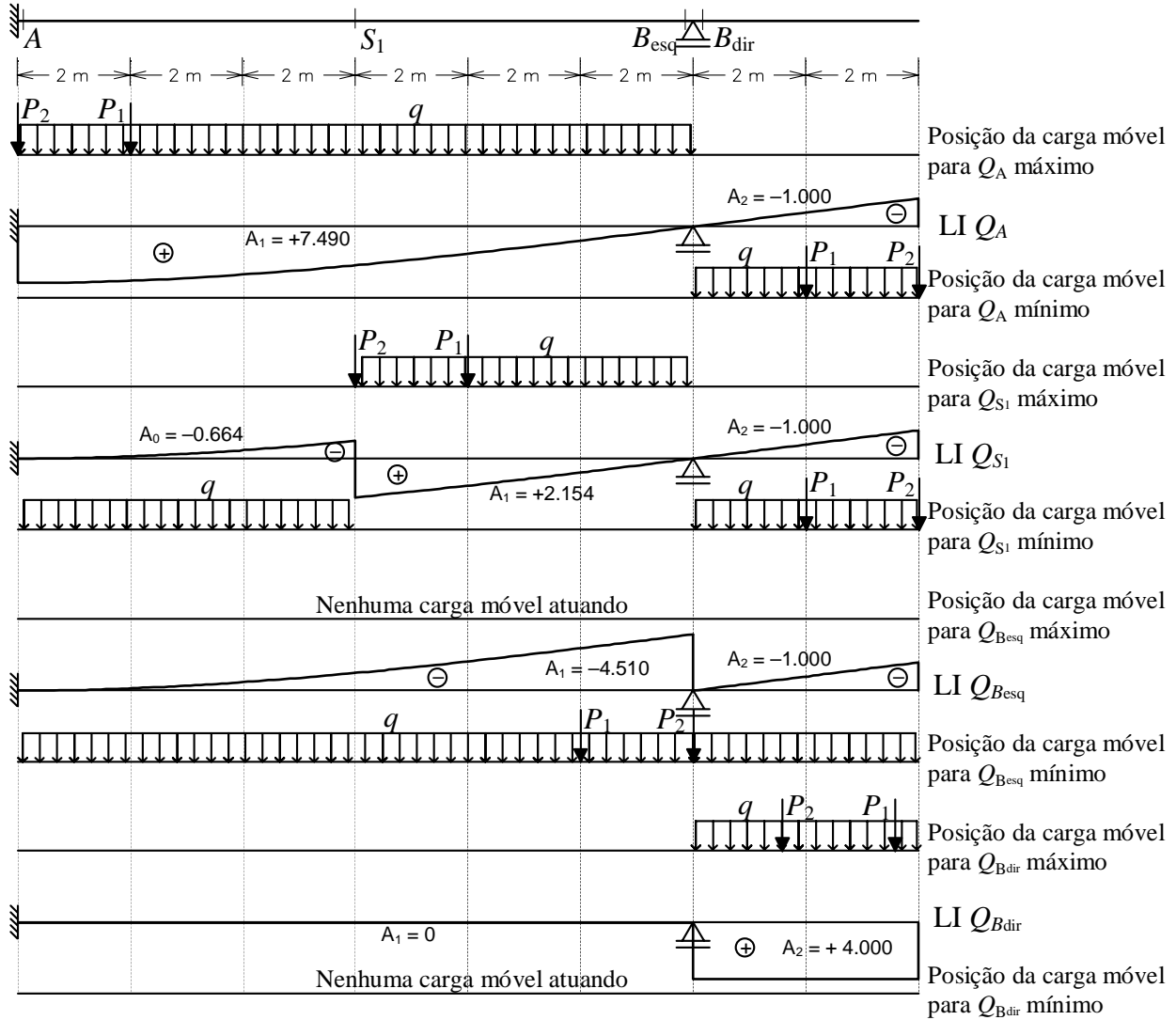
#### 4ª Questão (2,0 pontos)

Grau vindo do terceiro trabalho (nota do trabalho x 0,2).

# SOLUÇÃO

## 1ª Questão

### Itens (a) e (c)



### Item (b)

$x$	0 m	2 m	4 m	6 m	8 m	10 m	12 m	14 m	16 m
LI $Q_A$	1.000	0.961	0.852	0.688	0.481	0.248	0.000	-0.250	-0.500
LI $Q_{S_1}$	0.000	-0.039	-0.148	-0.313	0.481	0.248	0.000	-0.250	-0.500
LI $Q_{B_{\text{esq}}}$	0.000	-0.039	-0.148	-0.313	-0.519	-0.752	-1.000	-0.250	-0.500
LI $Q_{B_{\text{dir}}}$	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	1.000	1.000

**1ª Questão – Item (d)**

$$Q_A^g = 4 \cdot (7.490 - 1.000) = +25.960 \text{ kN}$$

$$Q_{S1}^g = 4 \cdot (-0.664 + 2.154 - 1.000) = +1.960 \text{ kN}$$

$$Q_{Besq}^g = 4 \cdot (-4.510 - 1.000) = -22.040 \text{ kN}$$

$$Q_{Bdir}^g = 4 \cdot (+4.000) = +16.000 \text{ kN}$$

$$(Q_A^{C.M.})_{\max} = +100 \cdot 1.000 + 50 \cdot 0.961 + 10 \cdot 7.490 = +222.950 \text{ kN}$$

$$(Q_A^{C.M.})_{\min} = -100 \cdot 0.500 - 50 \cdot 0.250 - 10 \cdot 1.000 = -72.500 \text{ kN}$$

$$(Q_{S1}^{C.M.})_{\max} = +100 \cdot 0.688 + 50 \cdot 0.481 + 10 \cdot 2.154 = +114.390 \text{ kN}$$

$$(Q_{S1}^{C.M.})_{\min} = -100 \cdot 0.500 - 50 \cdot 0.250 - 10 \cdot (0.664 + 1.000) = -79.140 \text{ kN}$$

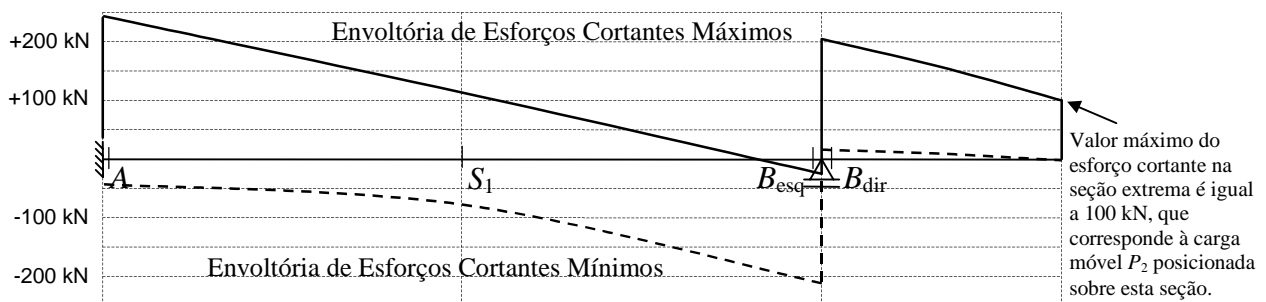
$$(Q_{Besq}^{C.M.})_{\max} = 0$$

$$(Q_{Besq}^{C.M.})_{\min} = -100 \cdot 1.000 - 50 \cdot 0.752 - 10 \cdot (4.510 + 1.000) = -192.700 \text{ kN}$$

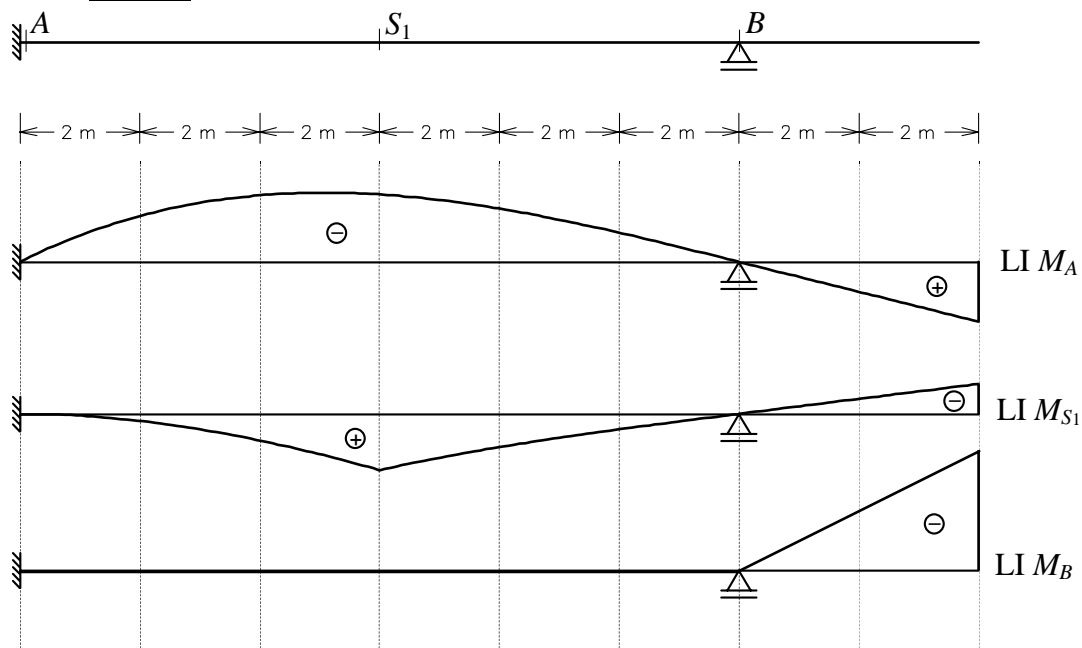
$$(Q_{Bdir}^{C.M.})_{\max} = +100 \cdot 1.000 + 50 \cdot 1.000 + 10 \cdot 4.000 = +190.000 \text{ kN}$$

$$(Q_{Bdir}^{C.M.})_{\min} = 0$$

Seção	Carga Permanente	Carga Móvel		Envoltórias	
		Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo
$Q_A$ [kN]	+25.960	+222.950	-72.500	+248.910	-46.540
$Q_{S1}$ [kN]	+1.960	+114.390	-79.140	+116.350	-77.180
$Q_{Besq}$ [kN]	-22.040	0	-192.700	-22.040	-214.740
$Q_{Bdir}$ [kN]	+16.000	+190.000	0	+206.000	+16.000



1ª Questão – Item (e)



2ª Questão

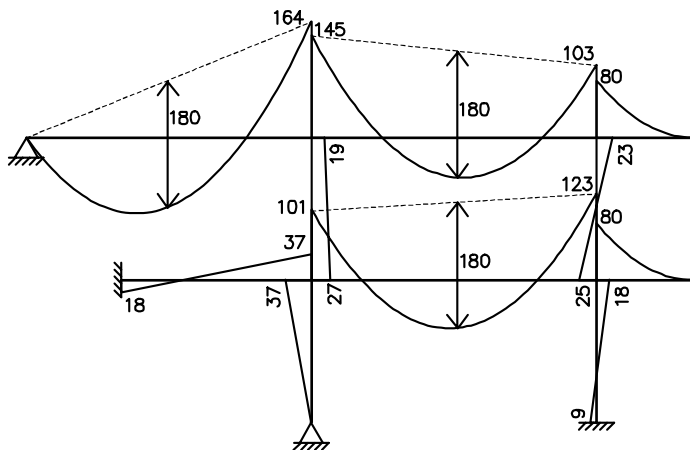
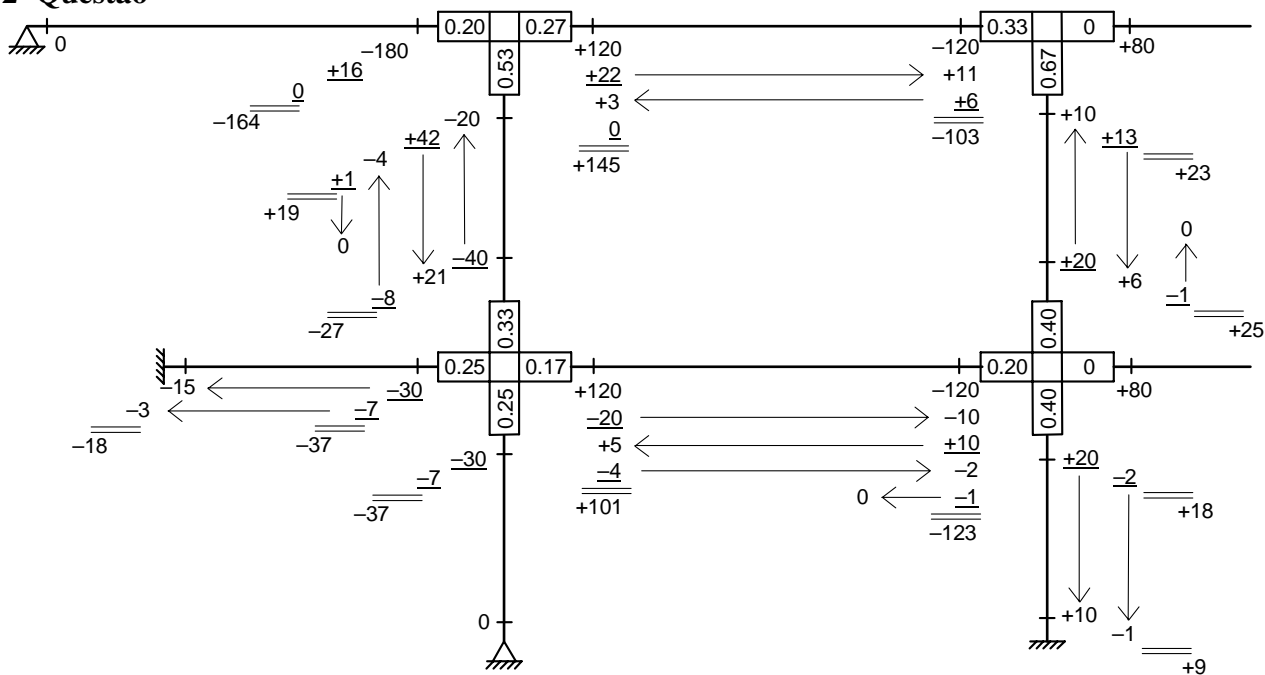
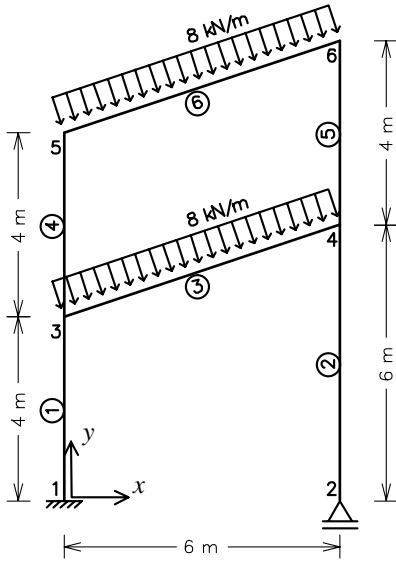


Diagrama de Momentos Fletores [kNm]



### 3ª Questão

Modelo Estrutural



Configuração deformada (exagerada)

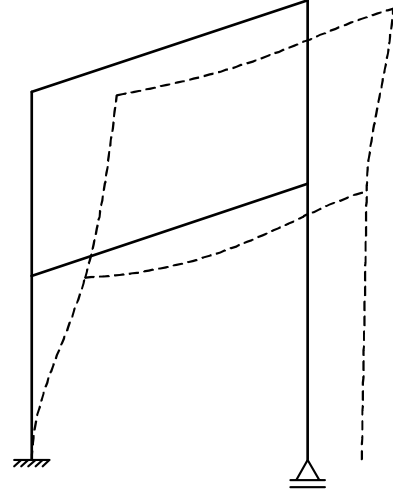


Diagrama de Esforços Normais [kN]

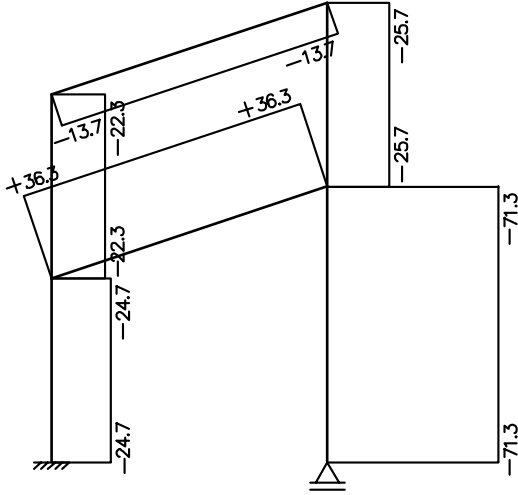


Diagrama de Esforços Cortantes [kN]

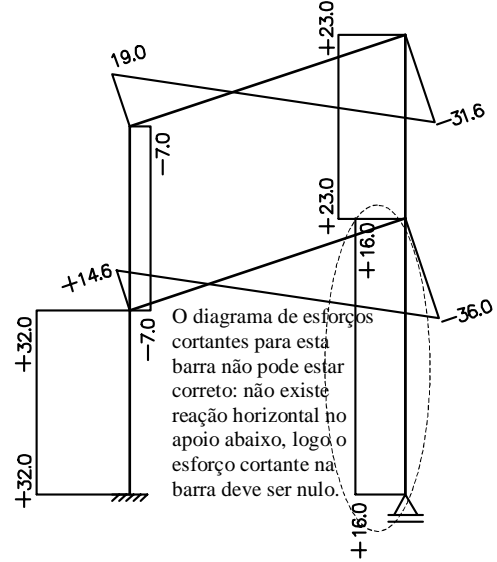


Diagrama de Momentos Fletores [kNm]

