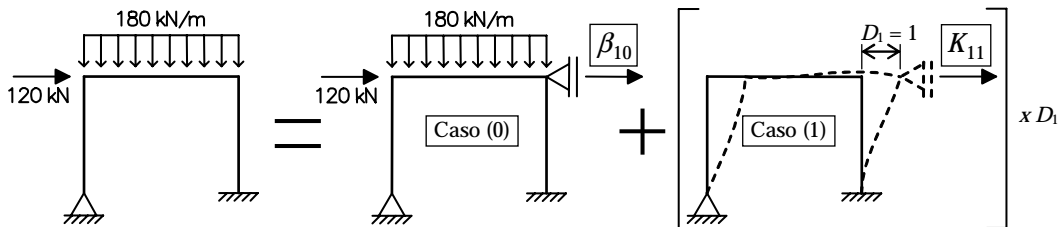
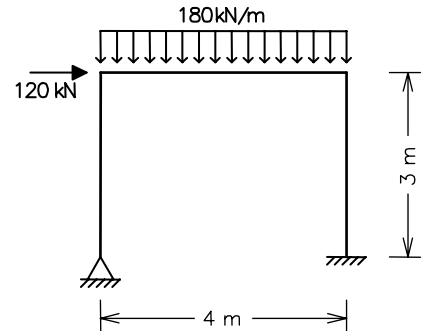


# CIV 1127 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 2º Semestre – 2003

## Terceira Prova – 03/12/2003 – Duração: 2:30 hs – Sem Consulta

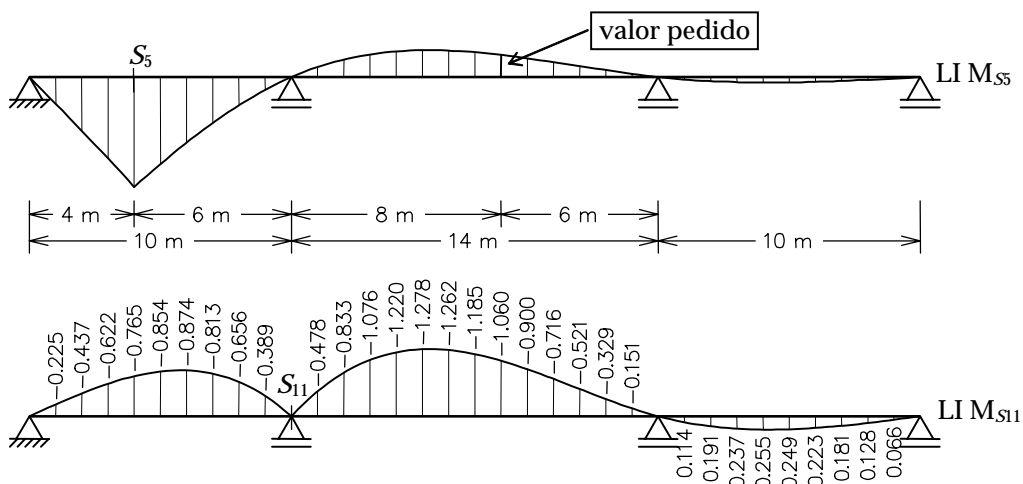
### 1ª Questão (4,0 pontos)

O Processo de Cross também pode ser aplicado a estruturas com deslocabilidades externas, isto é, com translações nodais. Isso é feito aplicando-se a metodologia do Método dos Deslocamentos considerando como incógnitas apenas as deslocabilidades externas. Isso resulta em uma série de casos básicos, sendo cada um deles resolvido pelo Processo de Cross. Aplique esta metodologia para determinar o diagrama de momentos fletores da estrutura ao lado pelo Processo de Cross. Conforme indicado abaixo, o caso (0) isola a solicitação externa para a estrutura com a deslocabilidade externa impedida e o caso (1) considera o efeito isolado da deslocabilidade externa. Todas as barras são inextensíveis e têm a mesma inércia à flexão  $EI = 24000 \text{ kNm}^2$ . Utilize duas casas decimais para os coeficientes de distribuição de momentos, precisão de 1 kNm para momentos fletores no caso (0) e precisão de 10 kNm/m para momentos fletores no caso (1).



### 2ª Questão (1,5 pontos)

Abaixo estão mostradas as linhas de influência de momentos fletores na seção  $S_5$  e na seção  $S_{11}$  de uma ponte. Calcule a ordenada da LI  $M_{S_5}$  na seção que está indicada.



### 3ª Questão (3,5 pontos)

Você está envolvido no projeto de uma estrutura, mas perdeu o desenho do modelo estrutural. Felizmente, você encontrou o arquivo de dados de entrada e saída para o programa de computador que foi utilizado para fazer a análise estrutural. Este arquivo está reproduzido na folha seguinte. Os esforços internos nas extremidades das barras são fornecidos nos sistemas de eixos locais das barras com a convenção de sinais do Método dos Deslocamentos: esforços normais são positivos no sentido do eixo local  $x$  e negativos no sentido contrário; esforços cortantes são positivos no sentido do eixo local  $y$  e negativos no sentido contrário; e momentos fletores são positivos quando têm o sentido anti-horário e negativos no sentido contrário. Observe que os valores dos esforços internos da barra 2 não puderam ser recuperados do arquivo.

Pede-se:

- Com base nos valores dos deslocamentos e rotações nodais fornecidos e nos coeficientes de rigidez locais da barra 2, determine os valores dos esforços internos que estão faltando para essa barra (1,0 ponto).
- Desenhe os diagramas de esforços normais, esforços cortantes e momentos fletores fornecidos pelo modelo estrutural. Esforços normais de tração são positivos e de compressão são negativos. Esforços cortantes são positivos quando, entrando com as forças à esquerda de uma seção transversal (de quem olha da fibra inferior para a fibra superior, considerando que para barras verticais a fibra inferior é a da direita), a resultante das forças na direção transversal à barra for para cima. O diagrama de momentos fletores é sempre desenhado do lado da fibra tracionada (1,5 pontos).
- Ao verificar os diagramas desenhados no item (b), pode-se constatar que existem três erros nos resultados fornecidos pelo programa de computador para os esforços internos. Indique esses três erros (1,0 ponto).

#### Dados de Entrada e Resultados do Modelo Computacional

##### Coordenadas Nodais e Condições de Suporte

| Nó | X<br>(m) | Y<br>(m) | Desl.X | Desl.Y | Rot.Z | Mola X<br>(kN/m) | Mola Y<br>(kN/m) | Mola Z<br>(kNm/rad) |
|----|----------|----------|--------|--------|-------|------------------|------------------|---------------------|
| 1  | 5.0      | -8.0     | Fixo   | Fixo   | Fixo  | 0.0e+00          | 0.0e+00          | 0.0e+00             |
| 2  | 2.0      | -4.0     | Livre  | Livre  | Livre | 0.0e+00          | 0.0e+00          | 0.0e+00             |
| 3  | 5.0      | -4.0     | Livre  | Livre  | Livre | 0.0e+00          | 0.0e+00          | 0.0e+00             |
| 4  | 2.0      | 0.0      | Livre  | Livre  | Livre | 0.0e+00          | 0.0e+00          | 0.0e+00             |
| 5  | 0.0      | 0.0      | Fixo   | Livre  | Livre | 0.0e+00          | 1.0e+04          | 1.0e+03             |

##### Dados das Barras

| Barra | Nó inicial | Nó final | Rótula inicial | Rótula final | Mod.Elast.<br>(kN/m <sup>2</sup> ) | Área Seção<br>(m <sup>2</sup> ) | Mom.Inércia<br>(m <sup>4</sup> ) |
|-------|------------|----------|----------------|--------------|------------------------------------|---------------------------------|----------------------------------|
| 1     | 2          | 3        | Não            | Não          | 2.0e+08                            | 0.001                           | 0.00024                          |
| 2     | 3          | 1        | Não            | Sim          | 2.0e+08                            | 0.001                           | 0.00024                          |
| 3     | 4          | 2        | Não            | Não          | 2.0e+08                            | 0.001                           | 0.00024                          |
| 4     | 4          | 3        | Não            | Não          | 2.0e+08                            | 0.001                           | 0.00024                          |
| 5     | 5          | 4        | Não            | Não          | 2.0e+08                            | 0.001                           | 0.00024                          |

##### Dados de Carregamentos Uniformemente Distribuídos em Barras

| Barra | Direção | Qx (kN/m) | Qy (kN/m) |
|-------|---------|-----------|-----------|
| 4     | Local   | 0.0       | -24.0     |

##### Resultados de Deslocamentos e Rotações Nodais

| Nó | Desloc. X (m) | Desloc. Y (m) | Rotação Z (rad) |
|----|---------------|---------------|-----------------|
| 1  | 0.000e+00     | 0.000e+00     | 0.000e+00       |
| 2  | -4.490e-03    | -1.490e-03    | -4.956e-04      |
| 3  | -4.437e-03    | -1.649e-03    | +6.822e-04      |
| 4  | -9.216e-04    | -1.303e-03    | -1.485e-03      |
| 5  | 0.000e+00     | +1.045e-03    | -1.008e-03      |

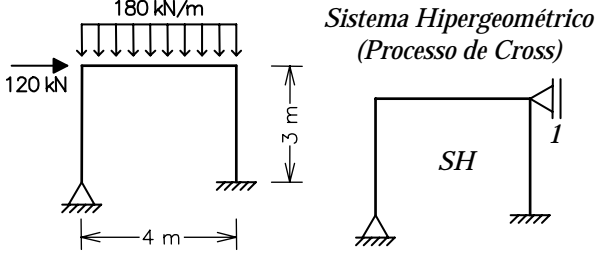
##### Resultados de Esforços nas Barras (direções locais)

| Barra | Normal             |                  | Cortante           |                  | Momento             |                   |
|-------|--------------------|------------------|--------------------|------------------|---------------------|-------------------|
|       | Nó inicial<br>(kN) | Nó final<br>(kN) | Nó inicial<br>(kN) | Nó final<br>(kN) | Nó inicial<br>(kNm) | Nó final<br>(kNm) |
| 1     | -3.5               | +3.5             | +9.4               | -9.4             | -4.8                | +32.9             |
| 2     | xxxxx              | xxxxx            | xxxxx              | xxxxx            | xxxxx               | xxxxx             |
| 3     | -9.4               | +9.4             | -3.5               | +3.5             | +19.0               | +4.8              |
| 4     | +73.3              | -73.3            | +64.7              | -55.3            | +40.9               | -17.5             |
| 5     | +92.2              | -92.2            | +10.5              | -10.5            | +1.0                | -21.9             |

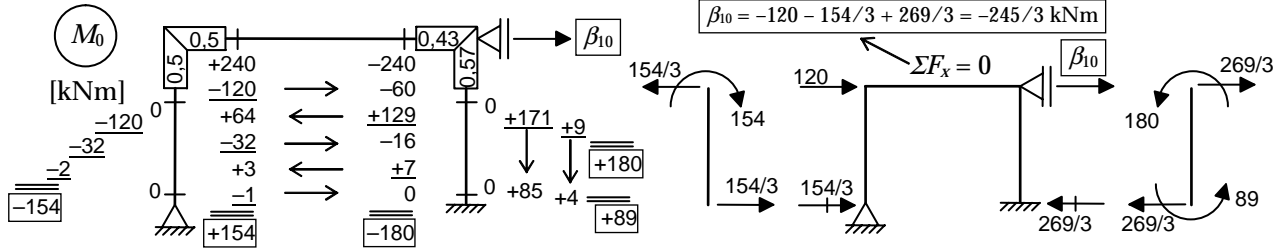
#### 4ª Questão (1,0 pontos)

Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

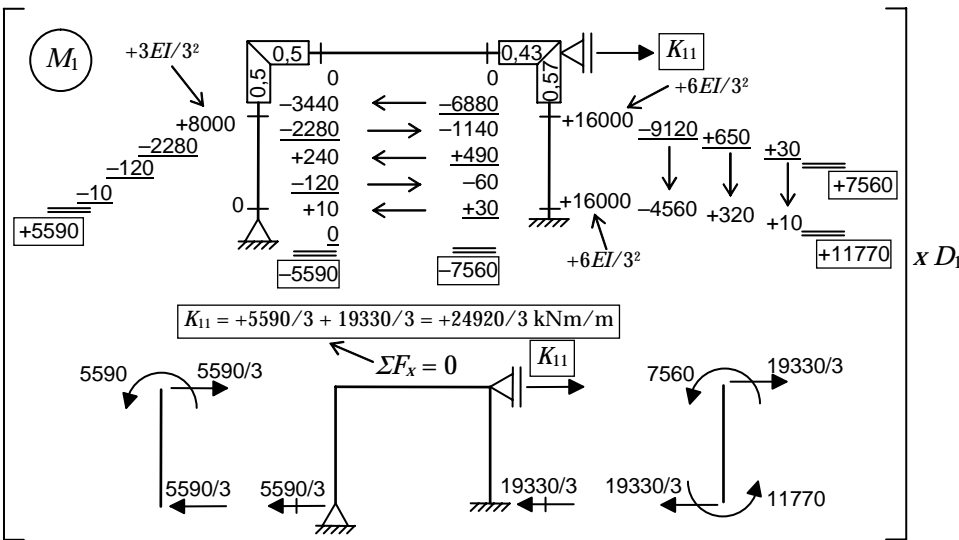
**1ª Questão**



**Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH**



**Caso (1) - Deslocabilidade  $D_1$  isolada no SH**

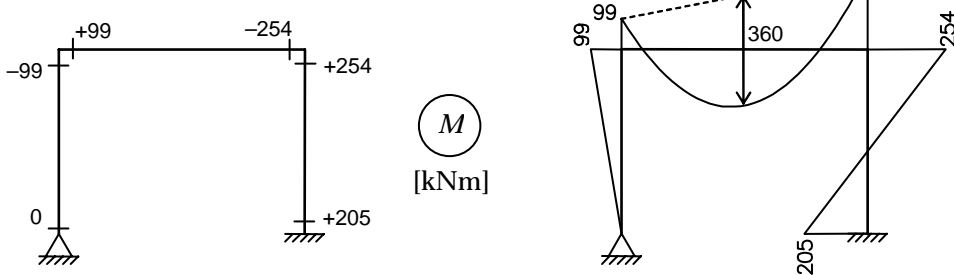


Equação de equilíbrio:

$$\beta_{10} + K_{11}D_1 = 0 \Rightarrow -\left(\frac{245}{3}\right) + \left(\frac{24920}{3}\right) \cdot D_1 = 0 \Rightarrow D_1 = +9,83 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

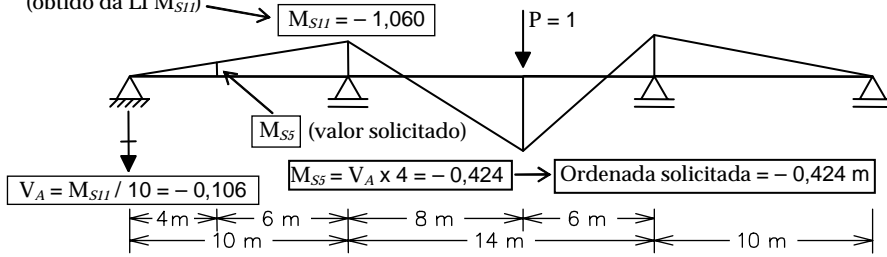
Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1$$



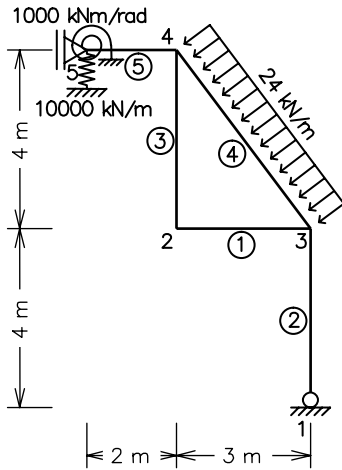
### 2ª Questão

(obtido da LI  $M_{S11}$ )



### 3ª Questão

Modelo estrutural



Item (a) - Determinação dos esforços internos na barra 2 a partir dos deslocamentos do nó 3

$$\Delta_y^3 = -1,649 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\Delta_x^3 = -4,437 \times 10^{-3} \text{ m}$$

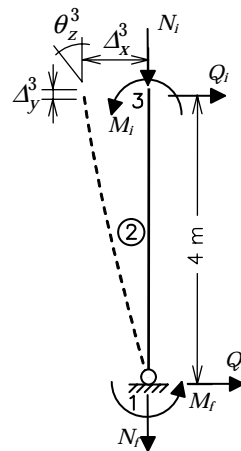
$$\theta_z^3 = +6,822 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

$$E = 2,0 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$$

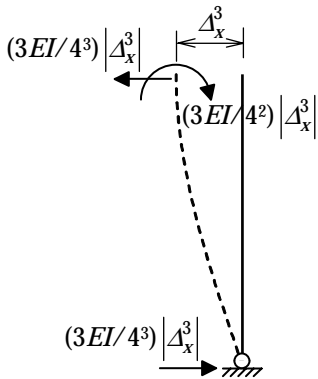
$$A = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$I = 2,4 \times 10^{-4} \text{ m}^4$$

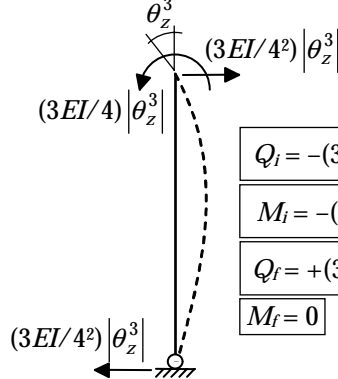
Deformada da barra 2 e esforços internos com sentidos positivos (nas direções dos eixos locais)



Isolando efeito do deslocamento horizontal do nó 3 (esforços indicados nos sentidos físicos)



Isolando efeito da rotação do nó 3 (esforços indicados nos sentidos físicos)



$$N_i = +(EA/4) |\Delta_y^3| = +82,5 \text{ kN}$$

$$N_f = -(EA/4) |\Delta_y^3| = -82,5 \text{ kN}$$

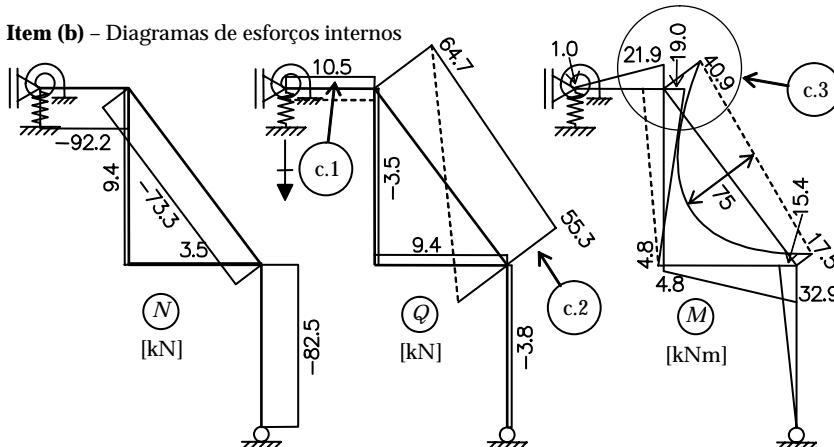
$$Q_i = -(3EI/4^3) |\Delta_x^3| + (3EI/4^2) |\theta_z^3| = -3,8 \text{ kN}$$

$$M_i = -(3EI/4^2) |\Delta_x^3| + (3EI/4) |\theta_z^3| = -15,4 \text{ kNm}$$

$$Q_f = +(3EI/4^3) |\Delta_x^3| - (3EI/4^2) |\theta_z^3| = +3,8 \text{ kN}$$

$$M_f = 0$$

Item (b) - Diagramas de esforços internos



Item (c) - Erros nos diagramas:

(c.1) - Como o deslocamento vertical do nó 5 é positivo (para cima), a reação vertical da mola tem que ter o sentido para baixo. O cortante na barra 5 está inconsistente com este sentido de reação.

(c.2) - Esforço cortante na barra 4 está inconsistente com a carga distribuída e com o diagrama de momentos fletores na barra.

(c.3) - Momentos fletores no nó 4 não estão equilibrados.