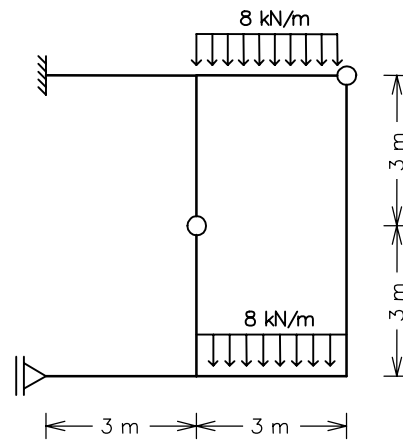


CIV 1127 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 1º Semestre – 2002

Prova Final – 02/07/2002 – Duração: 2:45 hs – Sem Consulta

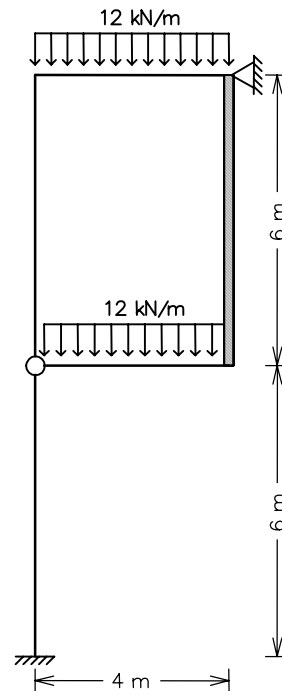
1ª Questão (4,5 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 4.0 \times 10^4 \text{ kNm}^2$. Somente considere deformações por flexão.



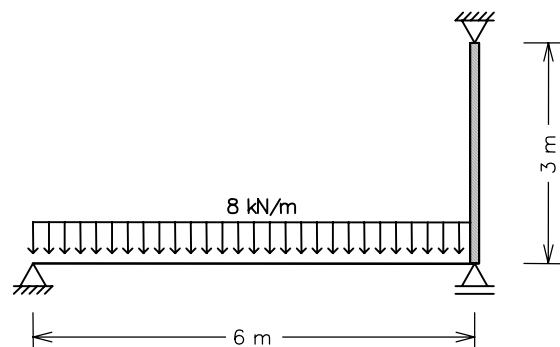
2ª Questão (4,0 pontos)

Pelo Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 2.4 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra vertical da direita que é infinitamente rígida à flexão.



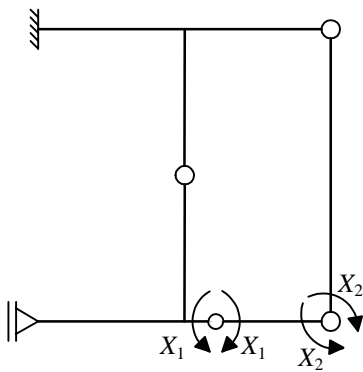
3ª Questão (1,5 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado. A barra vertical é infinitamente rígida. A barra horizontal é extensível, tem módulo de elasticidade $E = 1.5 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ e seção transversal com área $A = 0.001 \text{ m}^2$ e momento de inércia $I = 0.001 \text{ m}^4$.

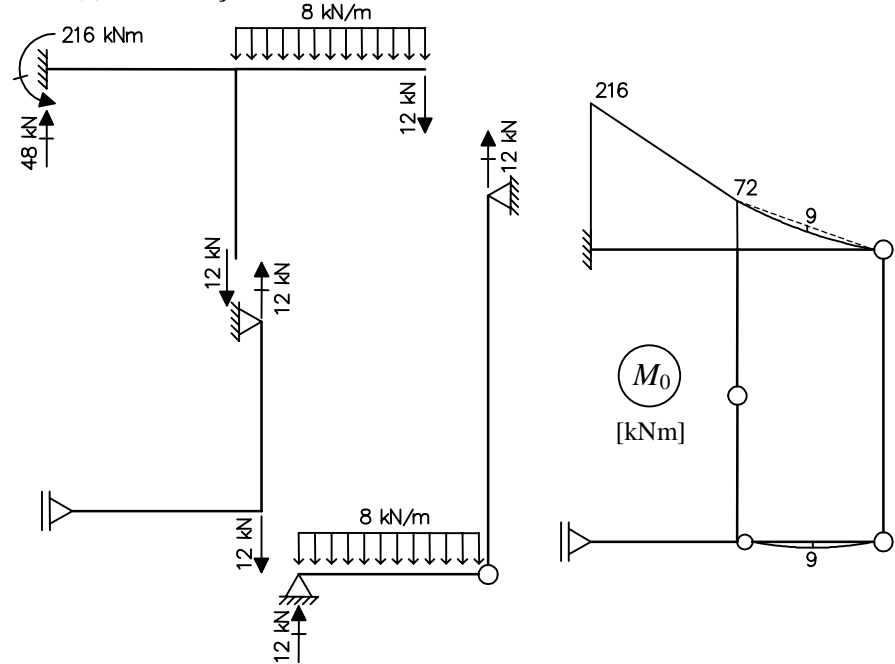


1ª Questão

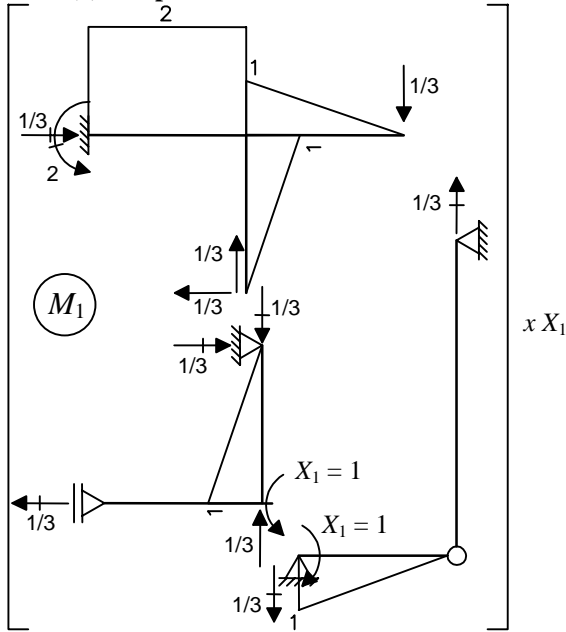
Sistema Principal e Hiperestáticos



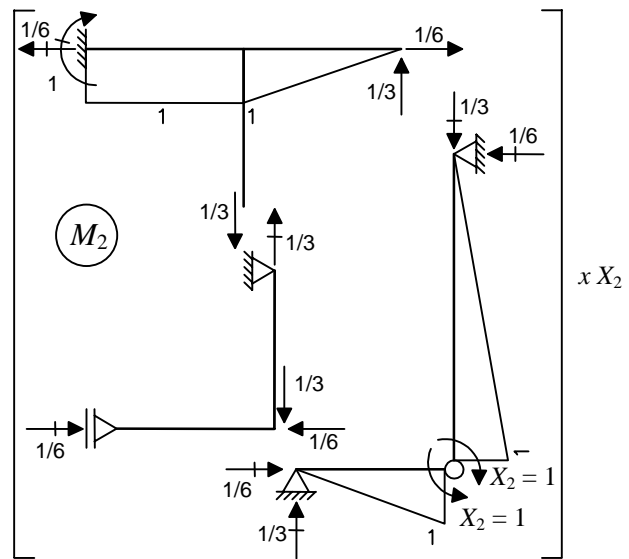
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) – Hiperestático X1 isolado no SP



Caso (2) – Hiperestático X2 isolado no SP



Sistema de Equações de Compatibilidade

$$\begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = -48.6 \text{ kNm} \\ X_2 = +24.3 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 216 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 72 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 9 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 9 \cdot 3 \right] = + \frac{936}{EI}$$

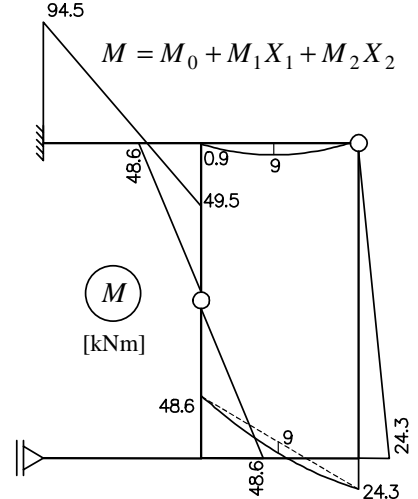
$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 216 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 9 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 9 \cdot 3 \right] = - \frac{486}{EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot 2 \cdot 3 + 4 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right) \right] = + \frac{16}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-2 \cdot 1 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 + \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right] = - \frac{13}{2EI}$$

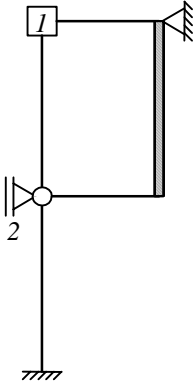
$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[1 \cdot 1 \cdot 3 + 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right) + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \right] = + \frac{7}{EI}$$

Momentos fletores finais

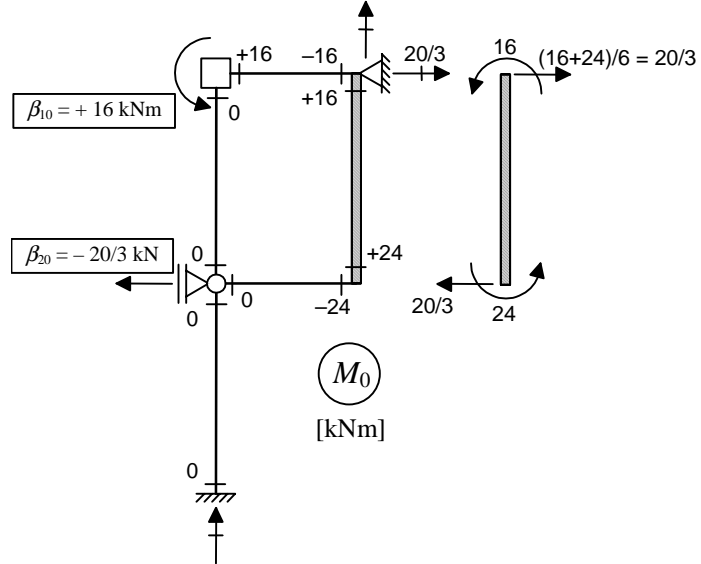


2ª Questão

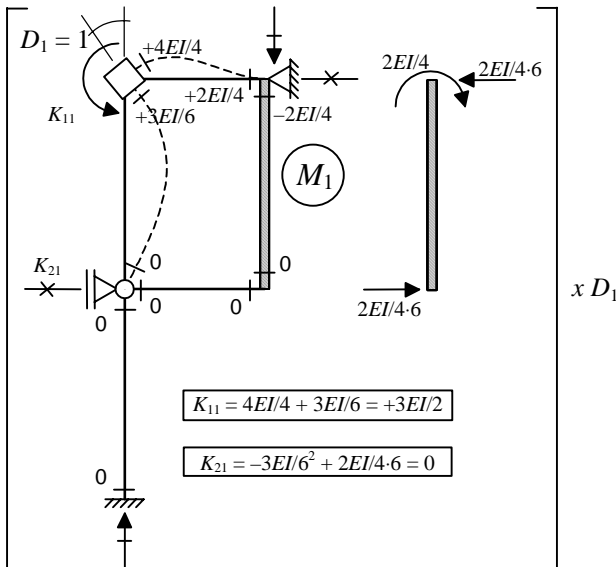
Sistema Hipergeométrico



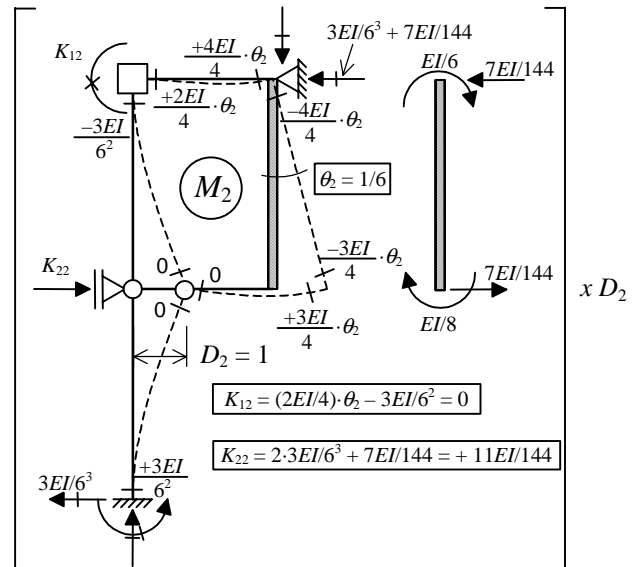
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) – Deslocabilidade D_1 isolada no SH



Caso (2) – Deslocabilidade D_2 isolada no SH



Sistema de Equações de Equilíbrio

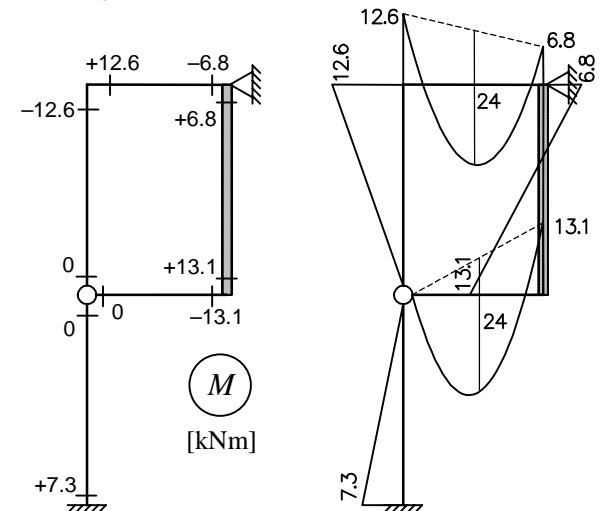
$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} +16 \\ -20/3 \end{cases} + EI \cdot \begin{bmatrix} +3/2 & 0 \\ 0 & +11/144 \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} D_1 \\ D_2 \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{32}{3EI} = -0.444 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \\ D_2 = +\frac{960}{11EI} = +3.636 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{cases}$$

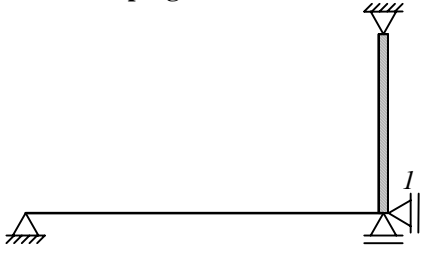
Momentos fletores finais

$$M = M_0 + M_1D_1 + M_2D_2$$

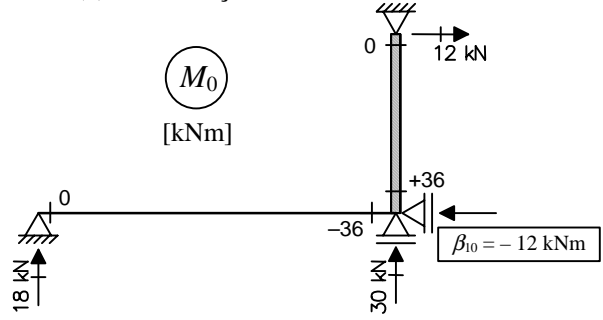


3ª Questão

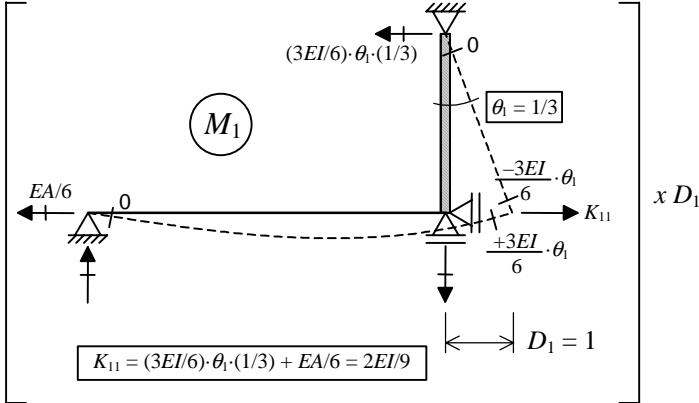
Sistema Hipergeométrico



Caso (0) – Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) – Deslocabilidade D_1 isolada no SH



Equação de Equilíbrio

$$\beta_{10} + K_{11}D_1 = 0$$

$$\Rightarrow D_1 = +\frac{54}{EI} = +3.6 \cdot 10^{-3} m$$

Momentos fletores finais:

$$M = M_0 + M_1D_1$$

