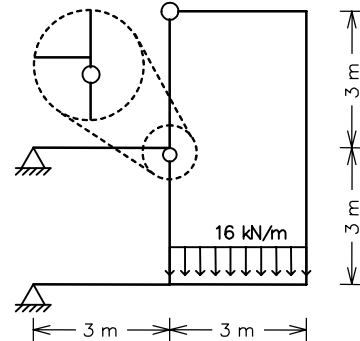


CIV 1127 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 2º Semestre – 2002

Prova Final – 04/12/2002 – Duração: 2:45 hs – Sem Consulta

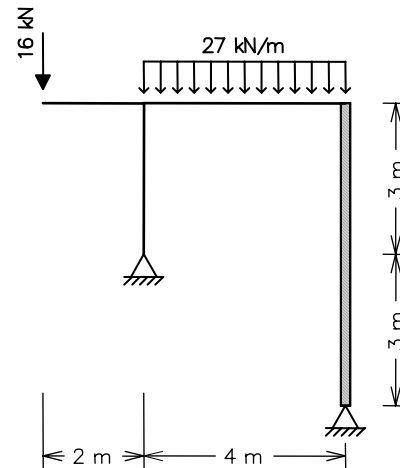
1ª Questão (4,5 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 1,0 \times 10^5 \text{ kNm}^2$.



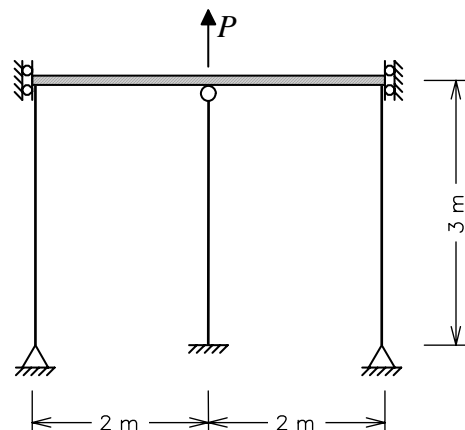
2ª Questão (4,0 pontos)

Pelo Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 7,2 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra vertical da direita que é infinitamente rígida à flexão.



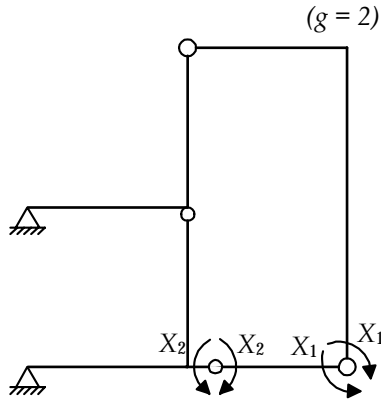
3ª Questão (1,5 pontos)

Considere o quadro ao lado onde a força P é aplicada lentamente. A viga horizontal é infinitamente rígida e as barras verticais (colunas) extensíveis têm seção transversal com área $A = 1,0 \times 10^{-3} \text{ m}^2$ e momento de inércia $I = 1,0 \times 10^{-4} \text{ m}^4$. O módulo de elasticidade é $E = 2,4 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$, constante para toda a estrutura. Desenhe um gráfico relacionando a força aplicada P e o deslocamento vertical, Δ , do seu ponto de aplicação. O gráfico $P \times \Delta$ deve corresponder a valores para Δ , no eixo horizontal, entre 0,000 m e 0,004 m. Indique o valor de P para Δ igual a 0,004 m.

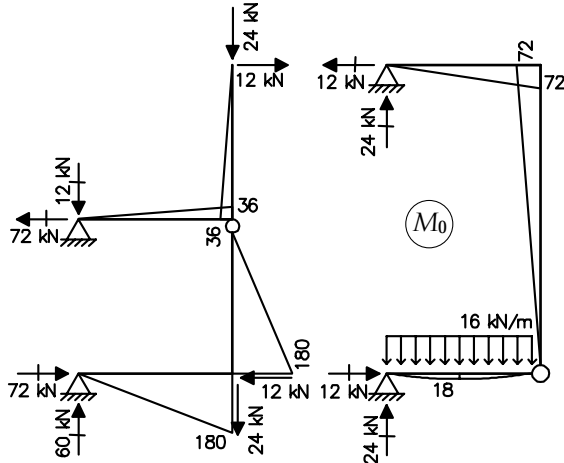


1ª Questão

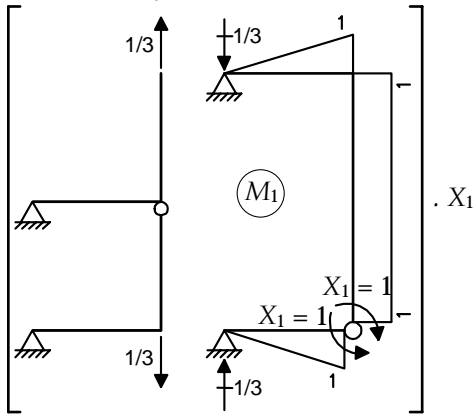
Sistema Principal e Hiperestáticos



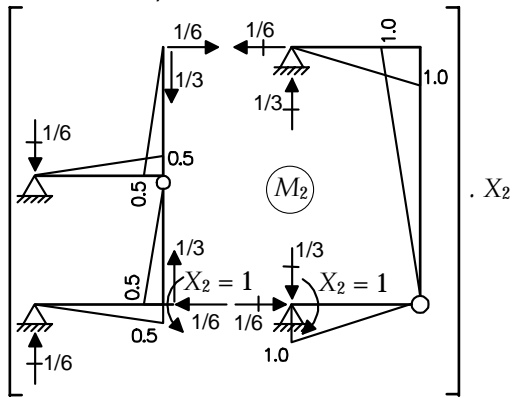
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) – Hiperestático X1 isolado no SP



Caso (2) – Hiperestático X2 isolado no SP



Equações de Compatibilidade

$$\begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = +14.6 \text{ kNm} \\ X_2 = -43.8 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 18 \cdot 3 \right] = -\frac{270}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \begin{bmatrix} +\frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 36 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 36 \cdot 3 \\ +\frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 180 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 180 \cdot 3 \\ +\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 18 \cdot 3 \end{bmatrix} = +\frac{270}{EI}$$

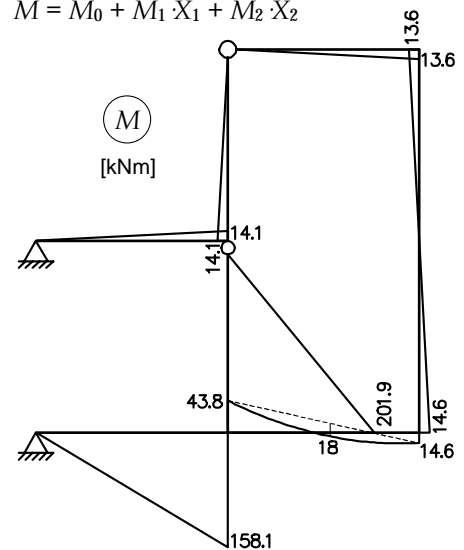
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 + 1 \cdot 1 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right] = +\frac{8}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 + \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right] = -\frac{7}{2EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[4 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 3 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \right] = +\frac{5}{EI}$$

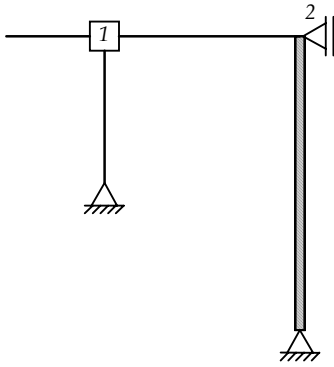
Momentos Fletores Finais

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$

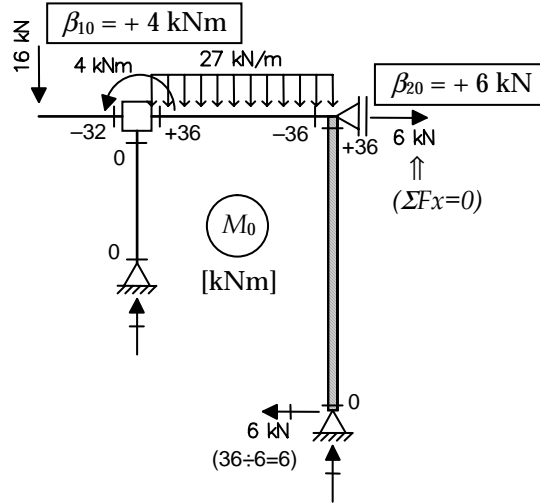


2ª Questão

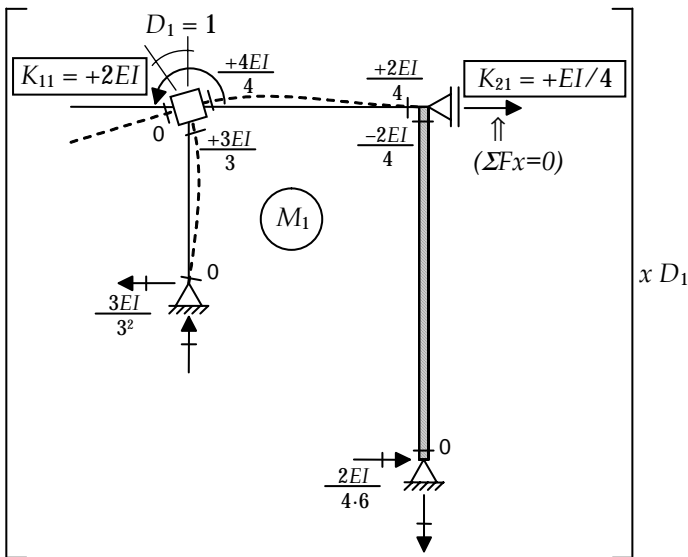
Sistema Hipergeométrico (SH)



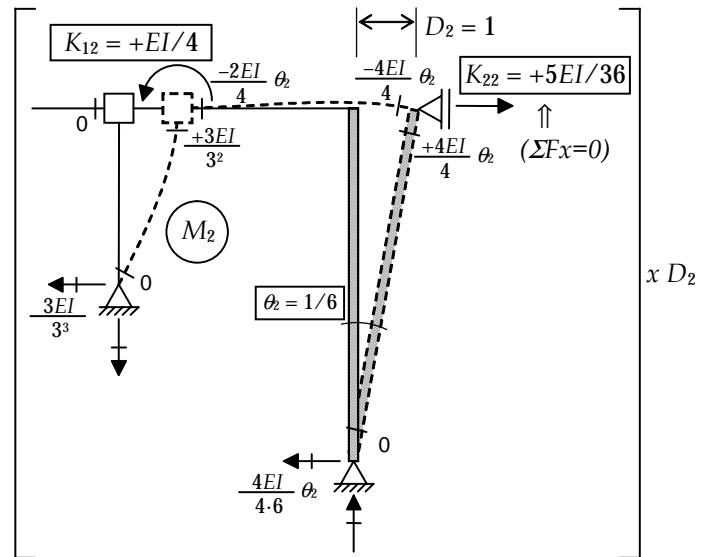
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) - Deslocabilidade D_1 isolada no SH



Caso (2) - Deslocabilidade D_2 isolada no SH



Sistema de Equações de Equilíbrio

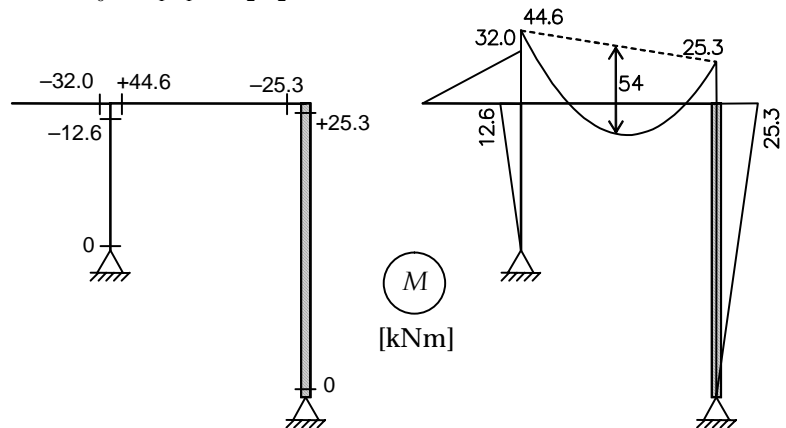
$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{Bmatrix} +4 \\ +6 \end{Bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +2 & +1/4 \\ +1/4 & +5/36 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = +\frac{4.387}{EI} = +6.093 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \\ D_2 = -\frac{51.097}{EI} = -7.097 \cdot 10^{-4} \text{ m} \end{cases}$$

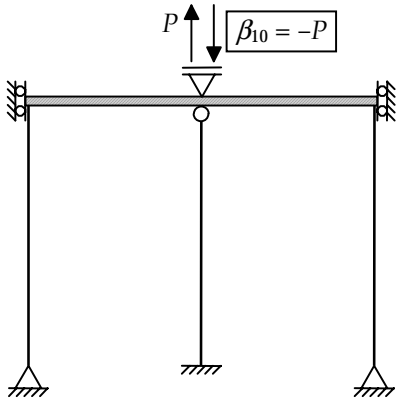
Momentos Fletores finais

$$M = M_0 + M_1D_1 + M_2D_2$$

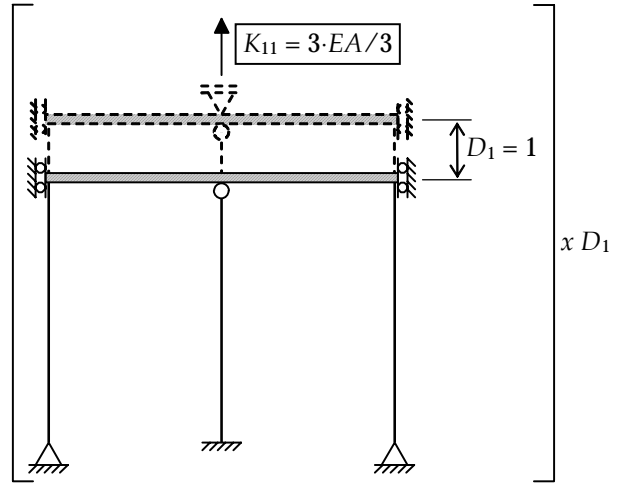


3ª Questão

Caso (0) – Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) – Deslocabilidade D_1 isolada no SH



Equação de Equilíbrio

$$\beta_{10} + K_{11}D_1 = 0$$

$$-P + 3 \cdot \frac{EA}{3} \Delta = 0 \Rightarrow \Delta = \frac{P}{EA}$$

$$\therefore \Delta = \frac{P}{24 \cdot 10^3}$$

