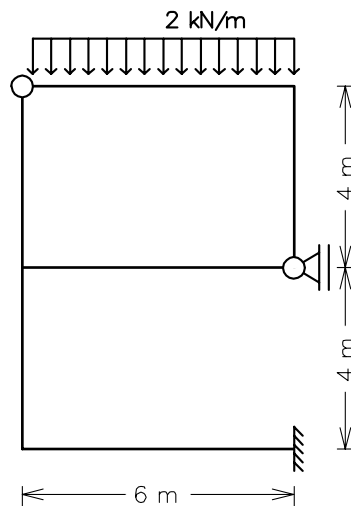


CIV 1127 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2005

Prova Final - 13/12/2005 - Duração: 2:30 hs - Sem Consulta

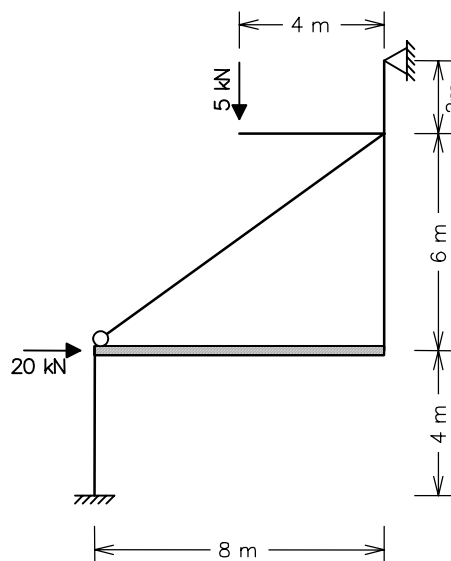
1ª Questão (5,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 1.0 \times 10^5 \text{ kNm}^2$. Somente considere deformações por flexão.



2ª Questão (5,0 pontos)

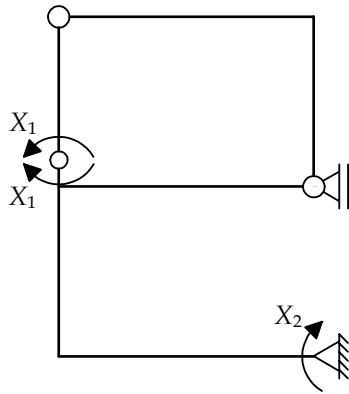
Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 2.4 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra horizontal inferior, que é infinitamente rígida à flexão.



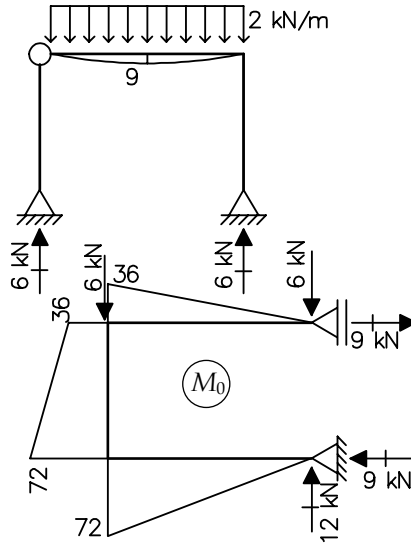
1ª Questão

Sistema Principal e Hiperestáticos

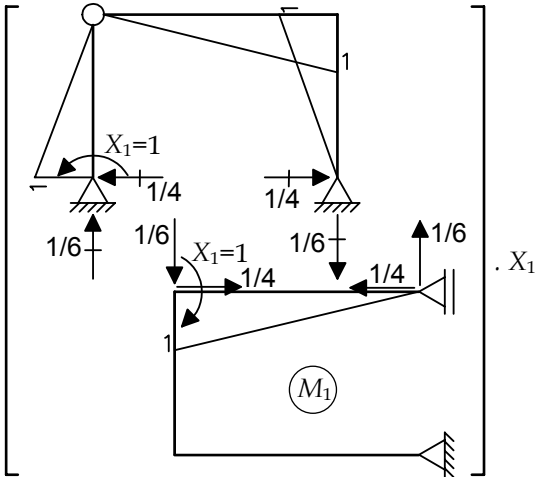
(g=2)



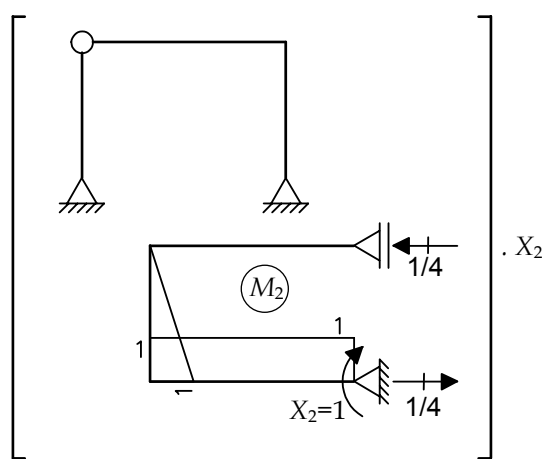
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - X1 isolado no SP



Caso (2) - X2 isolado no SP



Equações de Compatibilidade

$$\begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = +8.10 \text{ kNm} \\ X_2 = +45.82 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 9 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 36 \cdot 6 \right] = -\frac{54}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 4 - \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 36 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 6 \right] = -\frac{336}{EI}$$

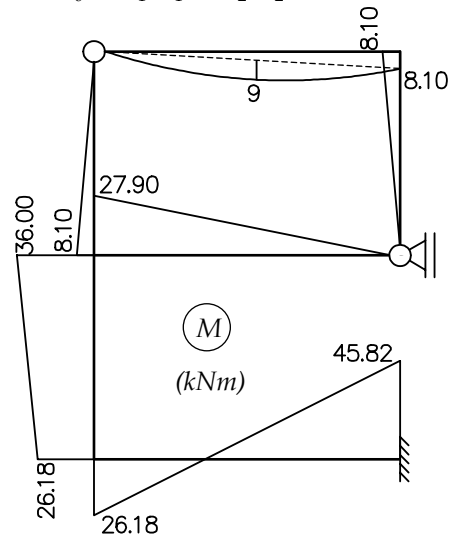
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \right] = +\frac{20}{3EI}$$

$$\delta_{21} = \delta_{12} = 0$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[1 \cdot 1 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \right] = +\frac{22}{3EI}$$

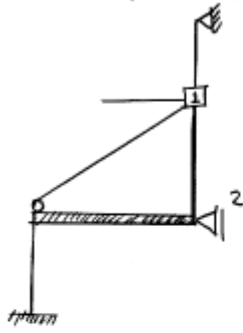
Diagrama de Momentos Fletores

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$

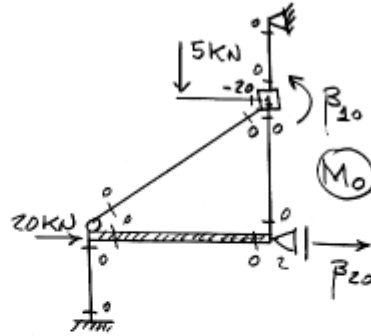


2ª Questão

Sistema Hipergeométrico



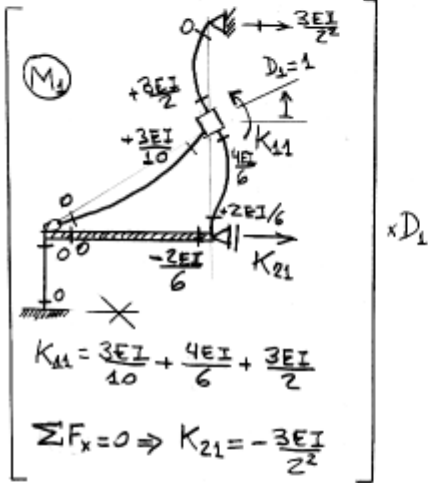
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



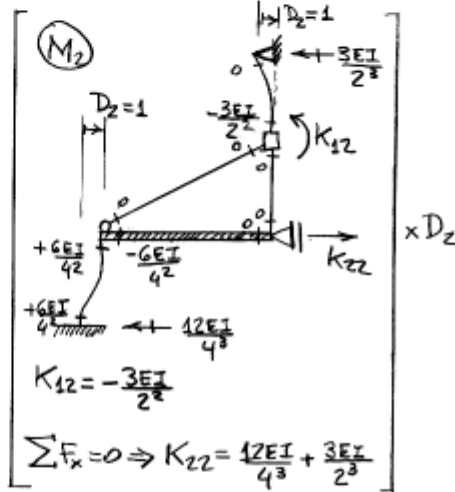
$$\beta_{10} = -20 \text{ kNm}$$

$$\beta_{20} = -20 \text{ kN}$$

Caso (1) - D_1 isolada no SH



Caso (2) - D_2 isolada no SH



Sistema de equações de equilíbrio

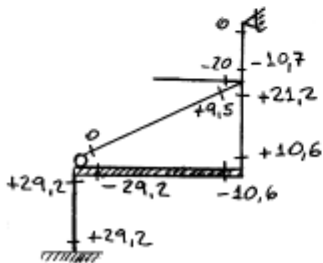
$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -20 \\ -20 \end{cases} + EI \begin{bmatrix} 37/15 & -3/4 \\ -3/4 & 9/16 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$D_1 = \frac{31,818}{EI} = 1,33 \times 10^{-3} \text{ rad (}\curvearrowleft\text{)}$$

$$D_2 = \frac{77,980}{EI} = 3,25 \times 10^{-3} \text{ m (}\rightarrow\text{)}$$

Momentos fletores finais

$$M = M_0 + M_1 D_1 + M_2 D_2$$



(M)
(kNm)

