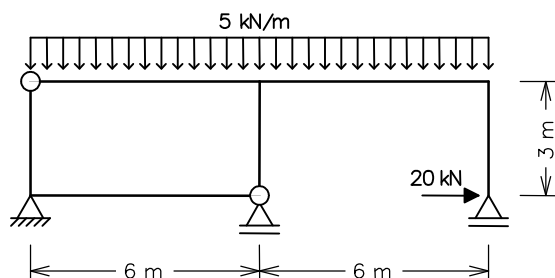


CIV 1127 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 2º Semestre – 2006

Prova Final – 06/12/2006 – Duração: 2:00 hs – Sem Consulta

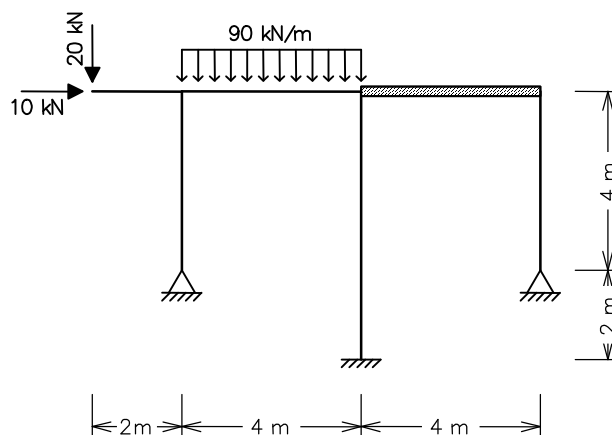
1ª Questão (5,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 1.0 \times 10^5 \text{ kNm}^2$. Somente considere deformações por flexão.



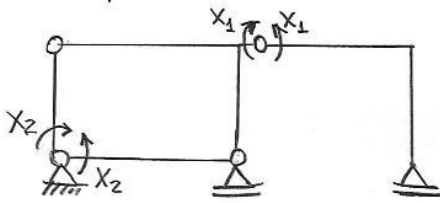
2ª Questão (5,0 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 2.4 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra horizontal da direita, que é infinitamente rígida à flexão.

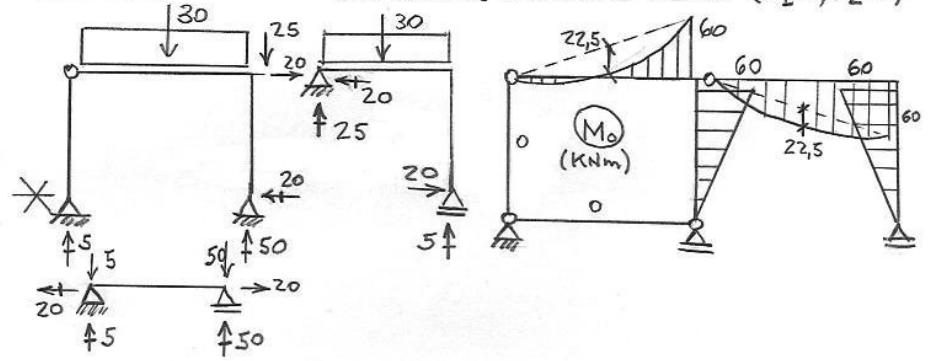


1ª Questão (g=2)

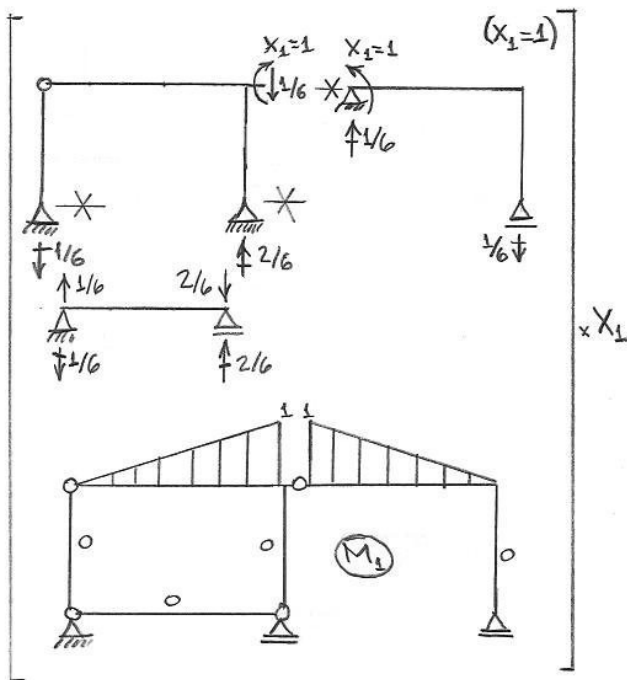
Sistema Principal (SP) e Hiperestáticos



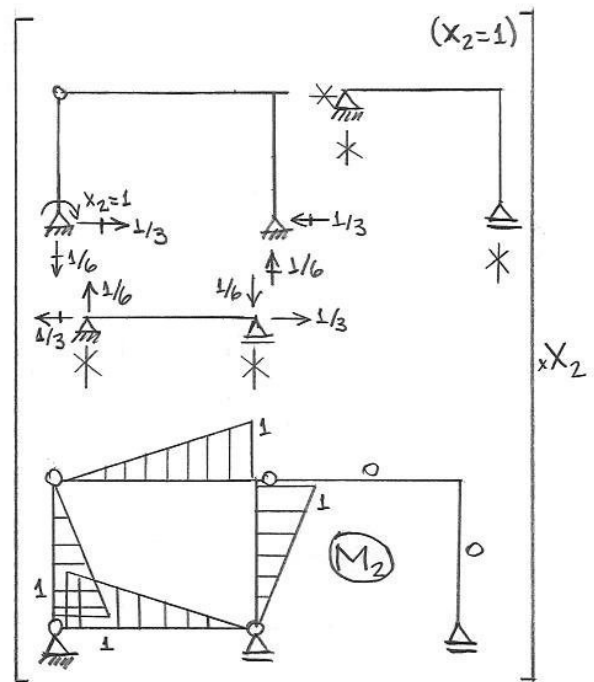
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP ($X_1=0, X_2=0$)



Caso (1) - X_1 isolado no SP



Caso (2) - X_2 isolado no SP



Sistema de Equações de Compatibilidade

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 = 0 \end{cases}$$

$$EI \delta_{10} = \frac{1}{3} \times 6 \times 60 \times 1 - \frac{1}{3} \times 6 \times 22,5 \times 1 - \frac{1}{6} \times 6 \times 60 \times 1 - \frac{1}{3} \times 6 \times 22,5 \times 1 = -30$$

$$EI \delta_{20} = \frac{1}{3} \times 6 \times 60 \times 1 - \frac{1}{3} \times 6 \times 22,5 \times 1 + \frac{1}{3} \times 3 \times 60 \times 1 = 135$$

$$EI \delta_{11} = 2 \times \left[\frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 1 \right] = 4$$

$$EI \delta_{12} = EI \delta_{21} = \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 1 = 2$$

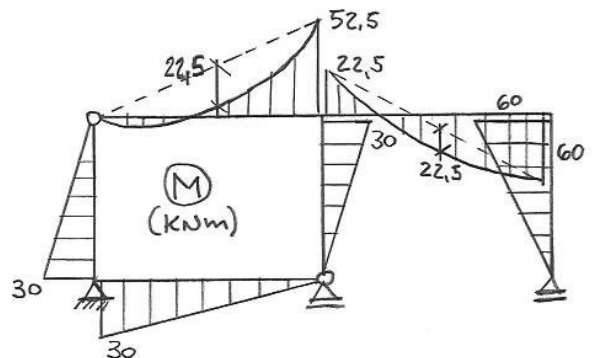
$$EI \delta_{22} = 2 \times \left[\frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 1 + \frac{1}{3} \times 3 \times 1 \times 1 \right] = 6$$

$$\frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} -30 \\ 135 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_1 = 22,5 \text{ KNm} \\ X_2 = -30 \text{ KNm} \end{cases}$$

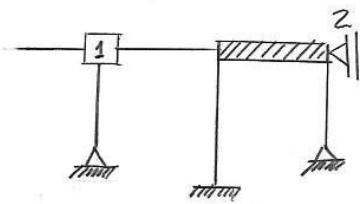
Momentos Fletores Finais

$$M = M_0 + M_1 X_1 + M_2 X_2$$



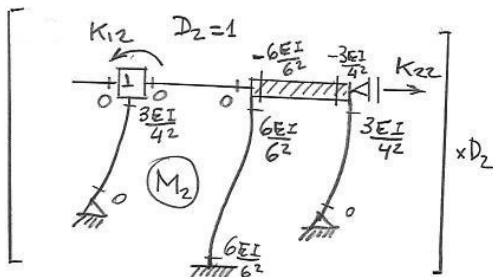
2ª Questão

Sistema Hipergeométrico



Caso(2)

D_2 isolado no S.H.

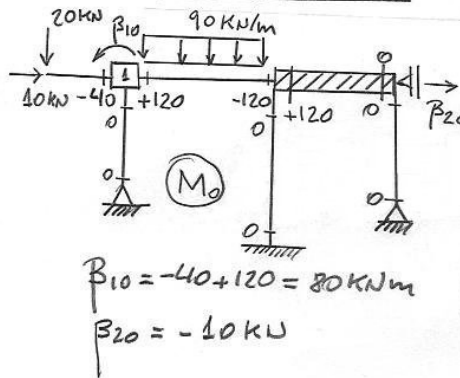


$$K_{12} = \frac{3EI}{4^2}$$

$$K_{22} = \frac{3EI}{4^3} + \frac{12EI}{6^3} + \frac{3EI}{4^3}$$

Caso(0)

Solicitação externa no S.H.

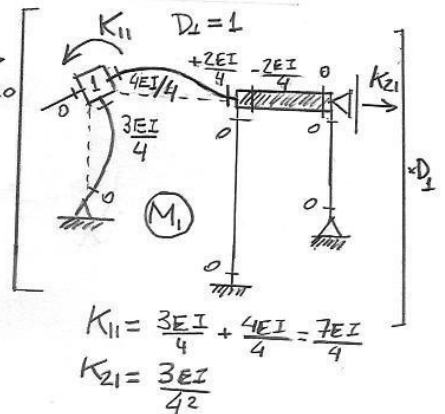


$$\beta_{10} = -40 + 120 = 80 \text{ kNm}$$

$$\beta_{20} = -10 \text{ kN}$$

Caso(1)

D_1 isolado no S.H.



$$K_{11} = \frac{3EI}{4} + \frac{4EI}{4} = \frac{7EI}{4}$$

$$K_{21} = \frac{3EI}{4^2}$$

Eqns. Finais de Equilíbrio

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{Bmatrix} 80 \\ -10 \end{Bmatrix} + EI \begin{bmatrix} 7/4 & 3/16 \\ 3/16 & 43/288 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = -61,12/EI \rightarrow D_1 = -2,55 \times 10^{-3} \text{ rad} \\ D_2 = 143,72/EI \rightarrow D_2 = 5,99 \times 10^{-3} \text{ m} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais

