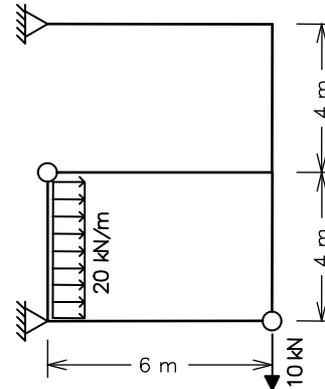


CIV 1127 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 1º Semestre – 2007

Prova Final – 06/07/2007 – Duração: 2:30 hs – Sem Consulta

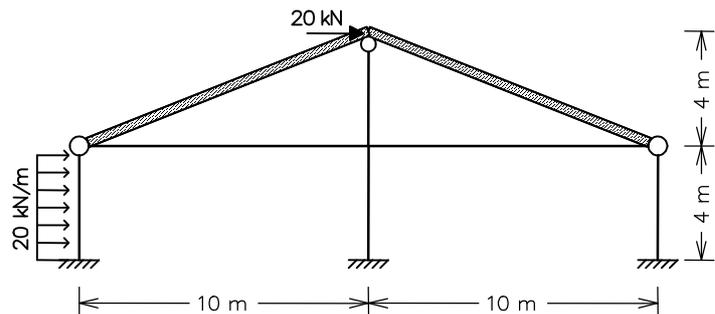
1ª Questão (5,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 2,4 \times 10^4 \text{ kNm}^2$.



2ª Questão (5,0 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 1.0 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção das duas barras inclinadas, que são infinitamente rígidas à flexão.



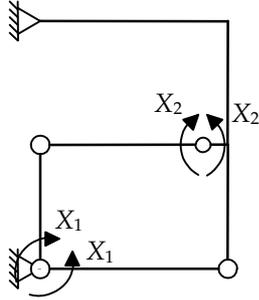
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

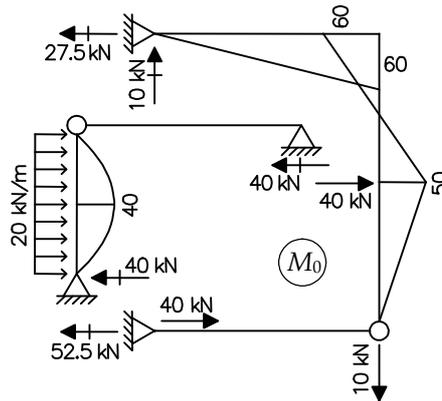
1ª Questão

Sistema Principal e Hiperestáticos

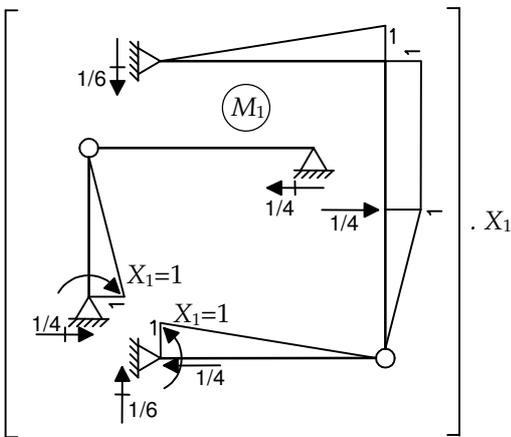
(g=2)



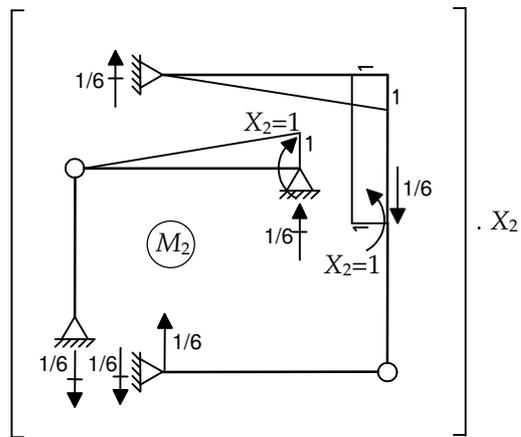
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) – X_1 isolado no SP



Caso (2) – X_2 isolado no SP



Equações de Compatibilidade

$$\begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} X_1 = -13,8 \text{ kNm} \\ X_2 = -27,8 \text{ kNm} \end{Bmatrix}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 50 \cdot 4 \right] = -\frac{20}{EI}$$

$$\left[+\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 50 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 40 \cdot 4 \right]$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 50 \cdot 4 \right] = +\frac{140}{EI}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \right) + 1 \cdot 1 \cdot 4 \right] = +\frac{32}{3EI}$$

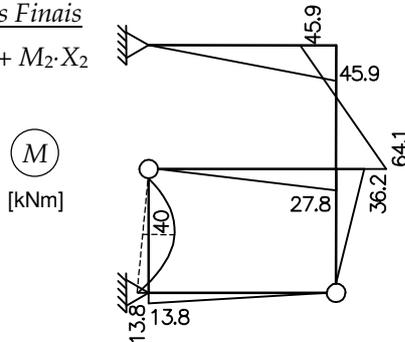
$$\left[+ 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \right) \right]$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 - 1 \cdot 1 \cdot 4 \right] = -\frac{6}{EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \right) + 1 \cdot 1 \cdot 4 \right] = +\frac{8}{EI}$$

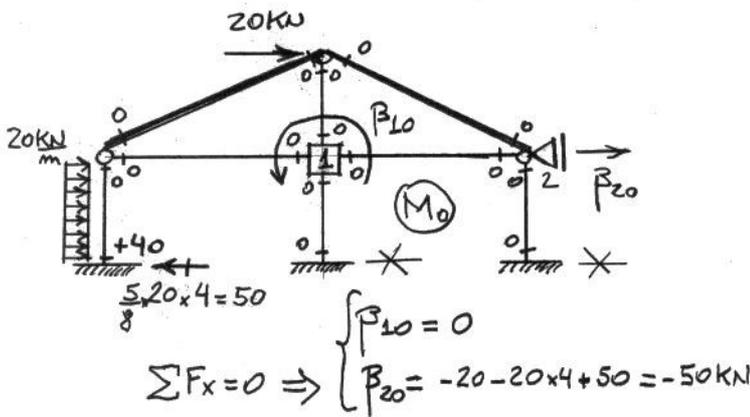
Momentos Fletores Finais

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$

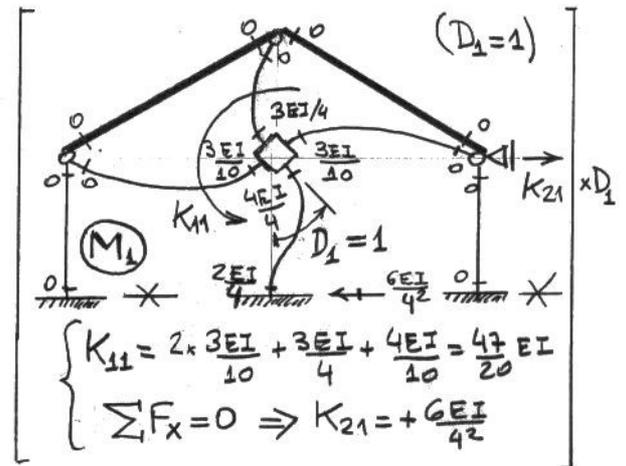


2ª Questão

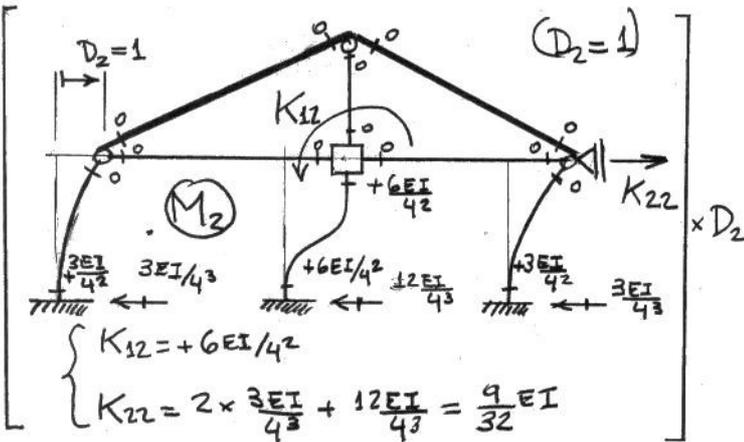
Caso (0) - Solicitação externa isolada no Sist. Hiperq.



Caso (1) - D_1 isolado no S.H.



Caso (2) - D_2 isolado no S.H.



Equações de Equilíbrio

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11} D_1 + K_{12} D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21} D_1 + K_{22} D_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 \\ -50 \end{cases} + EI \begin{bmatrix} 47/20 & 3/8 \\ 3/8 & 9/32 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{36,04}{EI} = -3,604 \times 10^{-3} \text{ rad} \\ D_2 = \frac{225,83}{EI} = 22,583 \times 10^{-3} \text{ m} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais ($M = M_0 + M_1 D_1 + M_2 D_2$)

