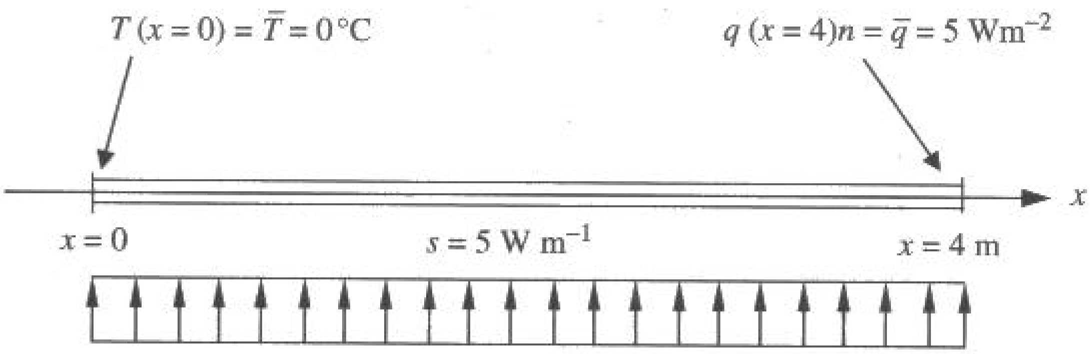
# CIV 2802 – Sistemas Gráficos para Engenharia – 1º Semestre – 2008

## Trab2: Condutividade Térmica 1D

Considere a barra mostrada abaixo com uma fonte de calor uniformemente distribuída $s$ = 5 W/m. A barra tem uma seção transversal constante com área $A$ = 0.1 m$^2$. O material que constitui a barra tem uma condutividade térmica $k$ = 2 W/m°C e uma difusividade térmica $\alpha = 10^{-3}$ m$^2$/s. O comprimento da barra é $L$ = 4 m. A condição de contorno na extremidade inicial é do tipo Dirichlet, isto é, a temperatura é prescrita e constante em $x$ = 0 m: $T(0)$ = 0 °C. Na extremidade final ($x$ = 4 m) o fluxo térmico é prescrito (condição de contorno do tipo Neuman) e constante: $q_L$ = 5 W/m$^2$. A temperatura inicial é nula ao longo de toda a extensão da barra, isto é, $T_0(x)$ = 0°C.




A equação diferencial que rege o problema da condutividade térmica em uma dimensão é:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{1}{\alpha}\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{s}{Ak} = 0$$

Em regime permanente, o termo transiente se anula:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} + \frac{s}{Ak} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d^2 T}{dx^2} = -25$$

A solução analítica (exata) desta equação diferencial com as condições de contorno indicadas é mostrada abaixo:

$$q_L = q(4) = -k\left.\frac{dT}{dx}\right|_{x=4} = 5 \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{dx}(4) = \frac{5}{-2} = -2.5$$

Integrando a equação diferencial:

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = -25 \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{dx} = -25x + c_1 \quad \Rightarrow \quad \frac{dT}{dx}(4) = -2.5 = -25 \cdot 4 + c_1 \quad \Rightarrow \quad c_1 = 97.5$$

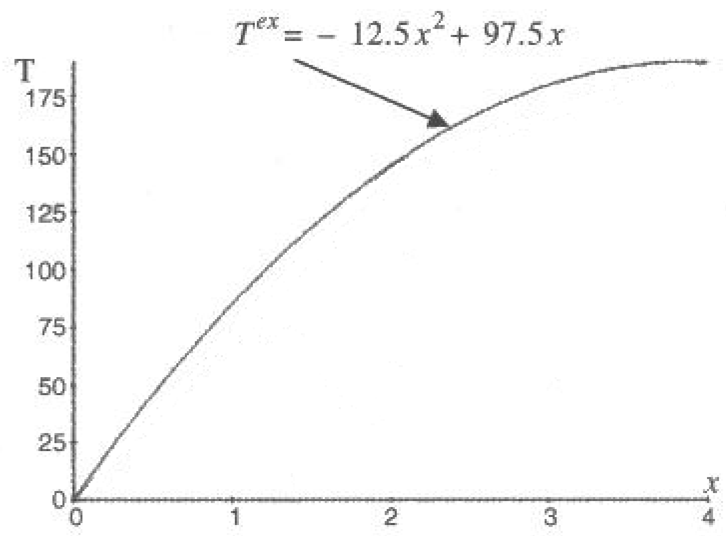
A expressão para a distribuição de temperatura é obtida pela integração do gradiente de temperatura:

$$\frac{dT}{dx} = -25x + 97.5 \quad \Rightarrow \quad T(x) = -12.5x^2 + 97.5x + c_2$$

$$T(0) = 0 \quad \Rightarrow \quad c_2 = 0$$

Portanto, a distribuição analítica (exata) de temperatura é:

$$T^{ex}(x) = -12.5x^2 + 97.5x$$




**Pedido**

Utilizando o Matlab, implemente soluções numéricas em diferenças finitas desse problema para a situação transiente:

$T(x,t)$

Duas versões para a estratégia de evolução transiente devem ser implementadas: uma explícita e outra implícita (utilizando o método de Crank-Nicolson).

O tempo final da solução numérica deve ser determinado de tal maneira que a solução transiente fique próxima da solução analítica em regime permanente.

Os resultados devem ser apresentados para diferentes subdivisões do domínio (eixo *x*): 2, 4, 6, 8 e 10 subdivisões.

Para cada subdivisão do domínio, diferentes valores para o passo de tempo devem ser adotados.

Faça uma análise sobre os resultados numéricos. Nesta análise indique a influência do número de subdivisões do domínio e do passo de tempo.