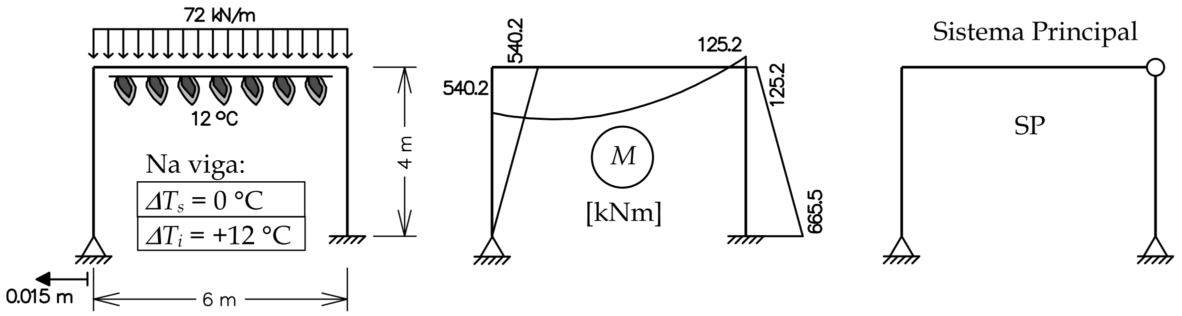
ENG 1204 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 1º Semestre – 2014

Primeira Prova – Parte 2 - Data: 26/03/2014 – Duração: 1:45 hs – Sem Consulta

2ª Questão (3,5 pontos)
Considere o pórtico hiperestático mostrado abaixo. O diagrama final de momentos fletores também é indicado. O material tem módulo de elasticidade E = 2x10^8 kN/m² e coeficiente de dilatação térmica $\alpha = 10^{-5}$ /°C. As barras do pórtico têm uma seção transversal com área A = 0.18 m², momento de inércia I = 0.0054 m⁴, altura h = 0.60 m e centro de gravidade no meio de altura. As seguintes solicitações atuam no pórtico concomitantemente:

- Carregamento com força uniformemente distrubuída q = 72 kN/m atuando na viga do pórtico.
- Aquecimento de ΔT_i = +12 °C na face inferior da viga.
- Recalque horizontal, para a esquerda, de 1.5 cm (ρ = –0.015 m) do apoio da esquerda.



$E = 2\times10^8$ kN/m² | $\alpha = 10^{-5}$/°C | $A = 0.18$ m² | $I = 0.0054$ m⁴ | $h = 0.60$ m | $\bar{y} = 0.30$ m

Considerando que na solução do pórtico pelo Método das Forças foi adotado o Sistema Principal (SP) indicado acima, pede-se:

(a) Mostre uma figura do SP com os hiperestáticos indicados, arbitrando um sentido para eles (0,5 ponto).
(b) Baseado no diagrama final de momentos fletores, determine os valores dos hiperestáticos, com unidades. Os sinais devem ser consistentes com os sentidos dos hiperestáticos arbitrados no item (a) (0,5 ponto).
(c) Forneça a interpretação física dos termos de carga δ_{10}, indicando causa, localização, se é deslocamento ou rotação, e se é absoluto ou relativo (0,5 ponto).
(d) Determine o diagrama de momentos fletores do caso (0) da solução provocado pelas três solicitações concomitantes (0,5 ponto).
(e) Calcule o valor do termo de carga δ_{10}, indicando a unidade, considerando deformações axiais e de flexão (1,5 pontos).

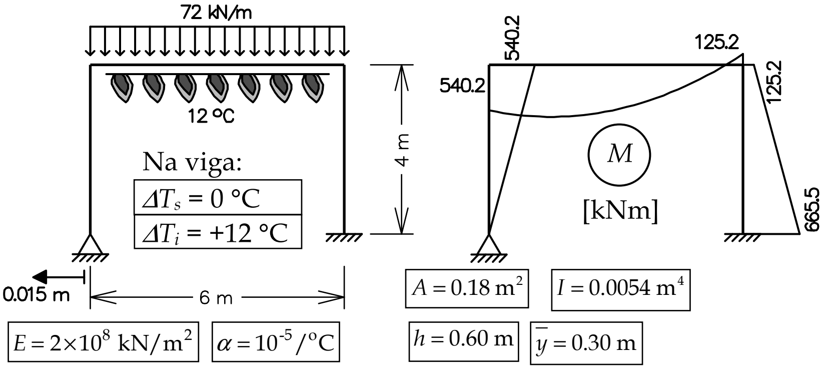
Sabe-se:

(i) O deslocamento axial relativo interno provocado pela variação de temperatura em um elemento infinitesimal de barra é
$du^T = \alpha \Delta T_{CG}\, dx$
sendo ΔT_{CG} a variação de temperatura na fibra do centro de gravidade da seção transversal.

(ii) O rotação relativa interna provocada pela variação de temperatura em um elemento infinitesimal de barra é
$$d\theta^T = \frac{\alpha(\Delta T_i - \Delta T_s)}{h}dx$$
sendo ΔT_i a variação de temperatura das fibras inferiores (face interna) e ΔT_s a variação de temperatura das fibras superiores (face externa) da viga do pórtico.

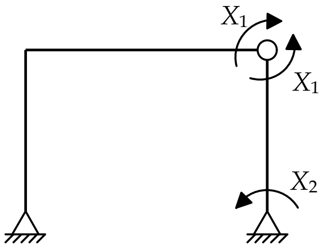
3ª Questão (1,0 ponto) – Grau vindo do primeiro trabalho (nota do trabalho x 0,1).

2ª Questão



Item (a)

Sistema Principal e Hiperestáticos (g = 2)



Item (b)

X_1 = +125.2 kNm

X_2 = –665.5 kNm

Item (c)

O termo de carga δ_{10} é a rotação relativa entre as seções adjacentes à rótula introduzida na criação do Sistema Principal (associada a X_1) provocada pela força uniformemente distribuída aplicada na viga, pela variação de temperatura na viga e pelo recalque horizontal no apoio da esquerda, no caso (0).

O termo de carga δ_{20} é a rotação absoluta da seção no apoio da direita do Sistema Principal (na direção de X_2) provocada pela força uniformemente distribuída aplicada na viga, pela variação de temperatura na viga e pelo recalque horizontal no apoio da esquerda, no caso (0).

Item (d)

Caso (0) – Solicitações externas isoladas no SP

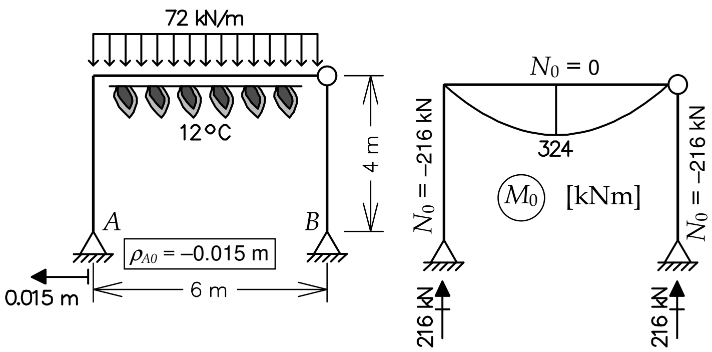


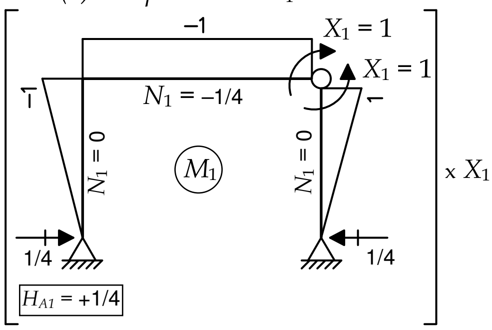
Diagrama de momentos fletores do caso (0) só depende da força uniformemente distribuída aplicada na viga, pois variação de temperatura e recalque de apoio não provocam esforços internos no SP isostático.

Item (e)

Equações de compatibilidade

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases}$$

Caso (1) – Hiperestático X_1 isolado no SP



Item (e) (cont.)

$$\delta_{10} = \delta_{10}^{q} + \delta_{10}^{T} + \delta_{10}^{\rho}$$

$$\delta_{10}^{q} = \int_{pórtico} \frac{M_1 M_0}{EI}dx + \int_{pórtico} \frac{N_1 N_0}{EA}dx$$

$$\delta_{10}^{T} = \int_{viga} M_1 d\theta_0^T + \int_{viga} N_1 du_0^T$$

$$1 \cdot \delta_{10}^{\rho} + H_{A1} \cdot \rho_{A0} = 0 \;\Rightarrow\; \delta_{10}^{\rho} = -H_{A1} \cdot \rho_{A0}$$

$$\delta_{10}^{q} = \frac{1}{EI}\left[\frac{2}{3}\cdot(-1)\cdot 324 \cdot 6\right] + \frac{1}{EA}[0] \qquad \boxed{\delta_{10}^{q} = -120\times10^{-5}\ \text{rad}}$$

$$d\theta_0^T = \frac{\alpha\cdot(\Delta T_i - \Delta T_s)}{h}dx = \frac{\alpha\cdot(+12-0)}{0.60}dx = +\alpha\cdot 20\cdot dx$$

$$du_0^T = \alpha\cdot\Delta T_{CG}\cdot dx = +\alpha\cdot 6\cdot dx$$

$$\delta_{10}^{T} = \int_0^6 M_1 d\theta_0^T + \int_0^6 N_1 du_0^T = +\alpha\cdot 20\cdot\int_0^6 M_1 dx + \alpha\cdot 6\cdot\int_0^6 N_1 dx$$

$$\delta_{10}^{T} = +\alpha\cdot 20\cdot[(-1)\cdot 6] + \alpha\cdot 6\cdot\left[\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot 6\right] \qquad \boxed{\delta_{10}^{T} = -129\times10^{-5}\ \text{rad}}$$

$$\delta_{10}^{\rho} = -H_{A1}\cdot\rho_{A0} = -\left[(+1/4)\cdot(-0.015)\right] \qquad \boxed{\delta_{10}^{\rho} = +375\times10^{-5}\ \text{rad}}$$

$$\boxed{\delta_{10} = \delta_{10}^{q} + \delta_{10}^{T} + \delta_{10}^{\rho} = +126\times10^{-5}\ \text{rad}}$$