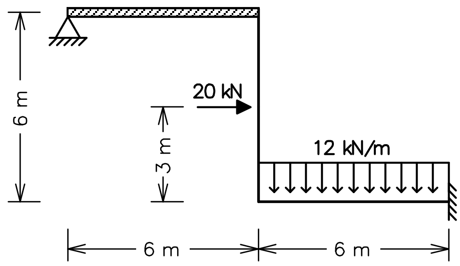
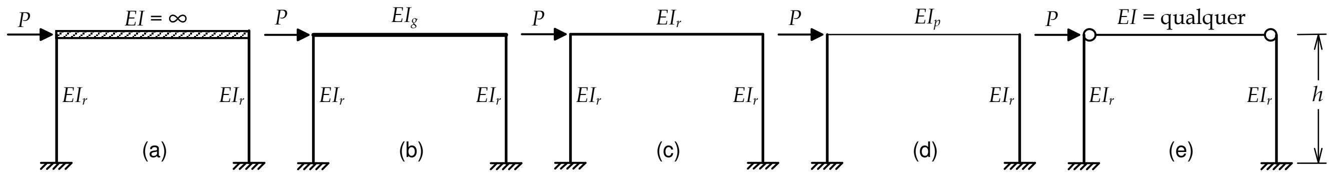
ENG 1204 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 1º Semestre – 2011

Segunda Prova – 01/06/2011 – Duração: 2:30 hs – Sem Consulta

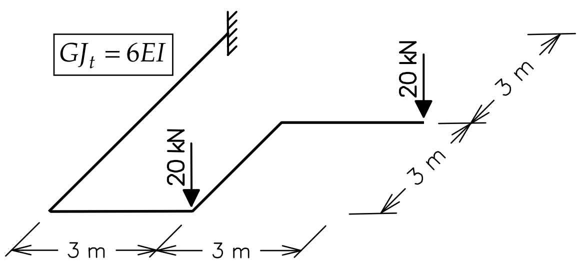
1ª Questão (5,5 pontos)
Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 7.2 \times 10^4$ kNm², com exceção da barra horizontal na esquerda, que é infinitamente rígida.



2ª Questão (2,5 pontos)
Faça uma análise qualitativa dos cinco pórticos com barras inextensíveis mostrados na figura abaixo. Para cada pórtico, indique os aspectos das configurações deformadas e dos diagramas de momentos fletores. As colunas dos cinco pórticos têm uma rigidez à flexão de referência ($EI = EI_r$). A viga do pórtico (a) é infinitamente rígida e a viga do pórtico (e) tem articulações nas extremidades e, por isso, tem rigidez à flexão nula. Nas situações intermediárias, a rigidez à flexão da viga varia da seguinte maneira: a viga do pórtico (b) tem rigidez à flexão grande ($EI = EI_g > EI_r$); a viga do pórtico (c) tem rigidez intermediária e igual ao valor de referência ($EI = EI_r$); e a viga do pórtico (d) tem rigidez pequena ($EI = EI_p < EI_r$). As intensidades relativas das configurações deformadas e dos diagramas de momentos fletores devem considerar as variações da rigidez à flexão da viga. Pontos de inflexão devem ser indicados nas configurações deformadas, nas seções transversais onde ocorre alternância de curvatura.



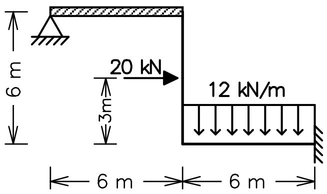
3ª Questão (1,0 ponto)
Obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção GJ_t e a rigidez à flexão EI. Não está faltando nenhum apoio na grelha.



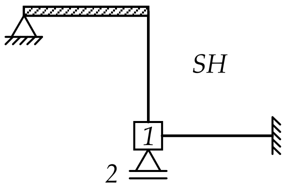
4ª Questão (1,0 ponto)
Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas: $\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = \dfrac{bf - de}{ad - bc} \\ D_2 = \dfrac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$

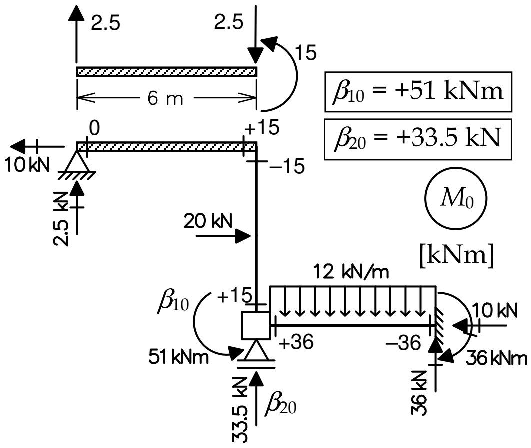
1ª Questão



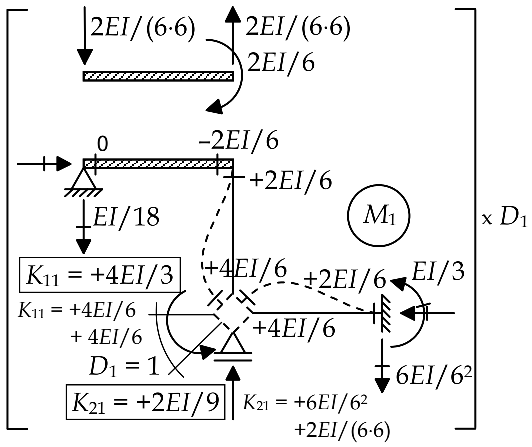
Sistema Hipergeométrico



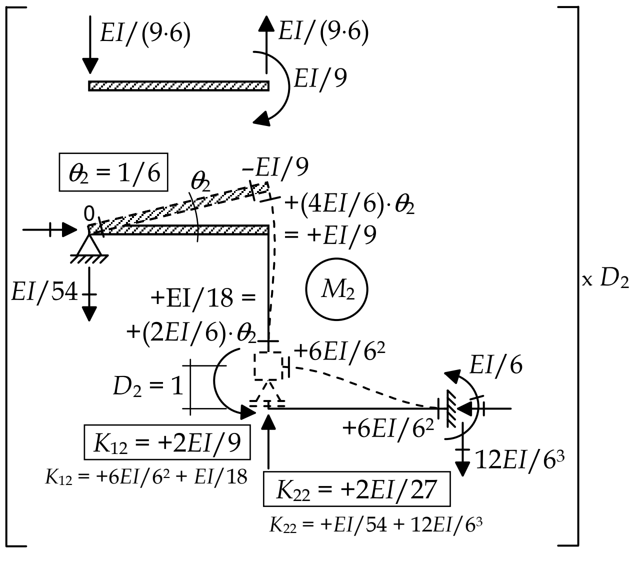
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) – Deslocabilidade D_1 isolada no SH



Caso (2) – Deslocabilidade D_2 isolada no SH



Equações de equilíbrio:

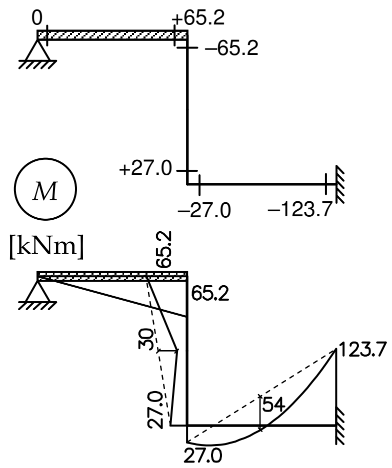
$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} +51 \\ +33.5 \end{Bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +4/3 & +2/9 \\ +2/9 & +2/27 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = +\dfrac{74.25}{EI} \\ D_2 = -\dfrac{675}{EI} \end{cases}$$

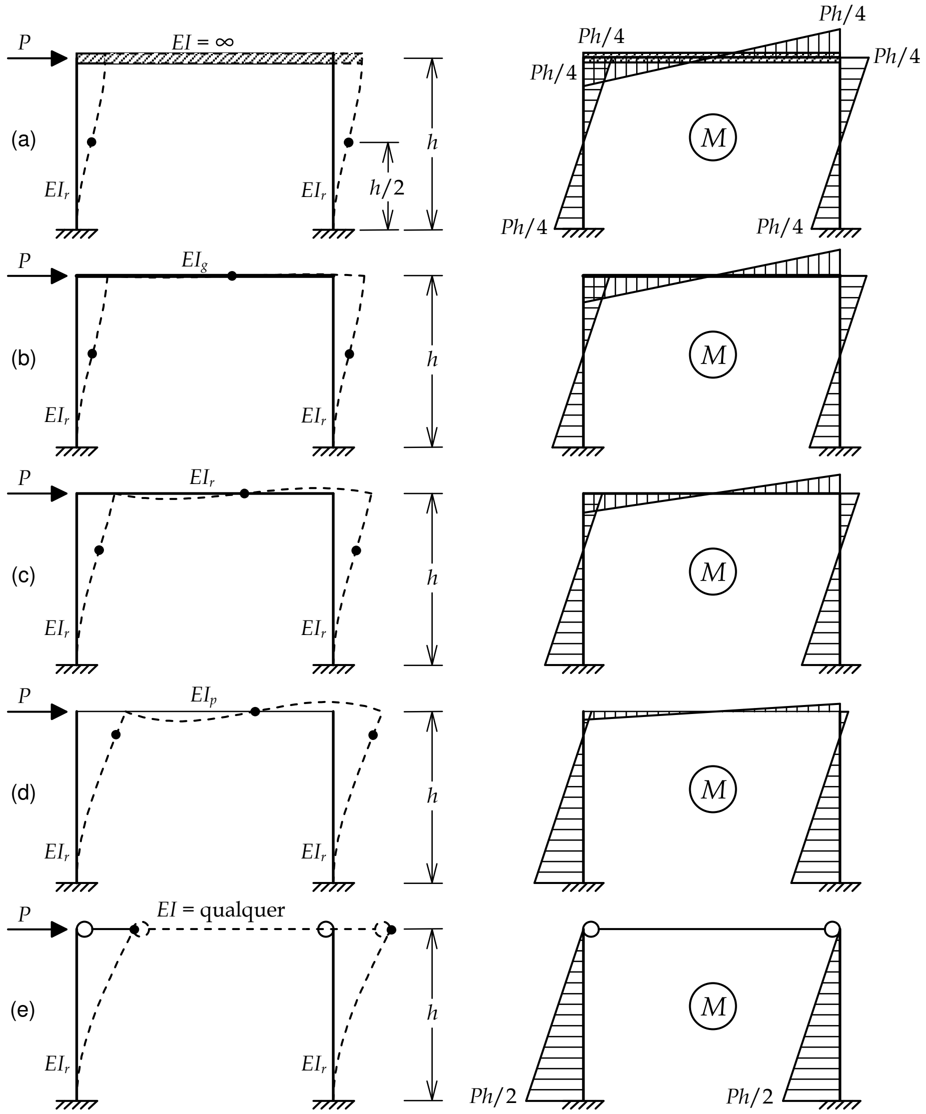
Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$



2ª Questão

As figuras (a), (b), (c), (d) e (e) abaixo indicam as configurações deformadas e os diagramas de momentos fletores dos cinco pórticos.



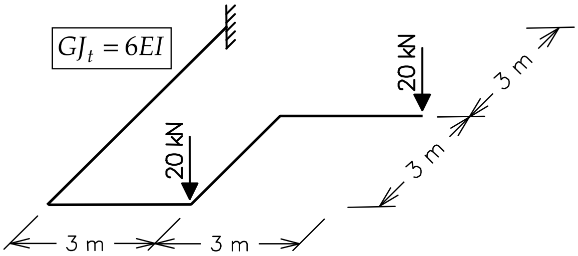
Considerando que as colunas do pórtico da figura (a) são inextensíveis, os nós superiores nas extremidades da viga só podem se deslocar na direção horizontal. Isso impede a rotação da viga como um corpo rígido. Portanto, o único movimento que a viga infinitamente rígida pode ter é o deslocamento horizontal mostrado na figura. Vê-se, na configuração deformada, que os nós da viga não sofrem rotações, pois a viga se desloca horizontalmente mantendo-se reta (é uma barra que não pode se deformar). Portanto, a elástica das colunas é tal que não existe rotação nas seções transversais do topo e da base. Dessa maneira, a elástica tem na base uma concavidade voltada para a direita e, no topo, uma concavidade para a esquerda, sendo que o ponto de inflexão fica localizado exatamente no meio da altura do pórtico, como indicado na figura (a). Essa informação é suficiente para determinar o valor do momento fletor na base das colunas. Como o momento fletor no meio da coluna é nulo (ponto de inflexão) e o esforço cortante em cada coluna é $P/2$ (devido à simetria), determina-se o momento fletor na base a partir do equilíbrio da porção da coluna isolada abaixo de seu ponto médio, o que resulta no valor de $Ph/4$ tracionando as fibras da esquerda. O valor do momento fletor no topo da coluna também é $Ph/4$, mas tracionando as fibras da direita, porque o diagrama de momentos fletores varia linearmente ao longo da coluna e o ponto de inflexão está localizado no meio. Na viga infinitamente rígida, os momentos fletores nas extremidades são iguais aos dos topos das colunas, sempre tracionando fibras do mesmo lado: de dentro na esquerda e de fora na direita. O diagrama de momentos fletores resultante está mostrado na figura (a).

Na outra situação extrema da figura (e), em que a viga não tem rigidez à flexão, o ponto de inflexão da coluna coincide com o ponto da articulação no topo, onde o momento fletor é nulo. Os momentos fletores na viga são nulos e o diagrama de momentos fletores na coluna varia linearmente com um valor $Ph/2$ na base, resultante do produto da metade da força P que atua no topo de cada coluna pela altura h do pórtico.

Observa-se, nas situações intermediárias das figuras (b), (c) e (d), que o ponto de inflexão na coluna se move para cima à medida que a rigidez da viga diminui. Observa-se que o ponto de inflexão sempre se move na direção de locais com rigidez reduzida.

Os diagramas de momentos fletores das figuras (b), (c) e (d) são semelhantes e consistentes com a posição modificada do ponto de inflexão na coluna. Na viga, pela simetria, o ponto de inflexão está sempre localizado na posição média. Também se observa que os momentos fletores na viga diminuem à medida que sua rigidez à flexão é reduzida. Isso é um exemplo de que elementos estruturais mais rígidos tendem a atrair mais esforços internos.

3ª Questão



A grelha é isostática. Por isso, os diagramas de momentos fletores e momentos torçores independem da relação entre a rigidez à flexão e a rigidez à torção. Os diagramas estão indicados abaixo.