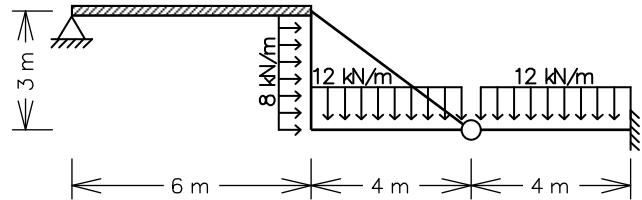


# ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2012

## Segunda Prova - 31/10/2012 - Duração: 2:45 hs - Sem Consulta

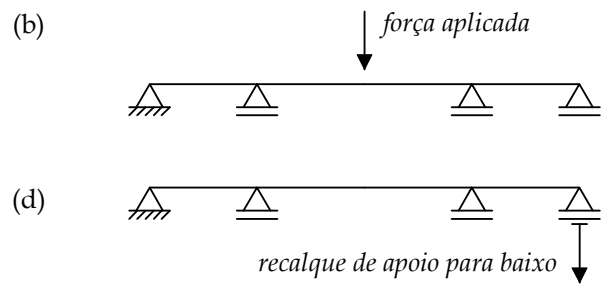
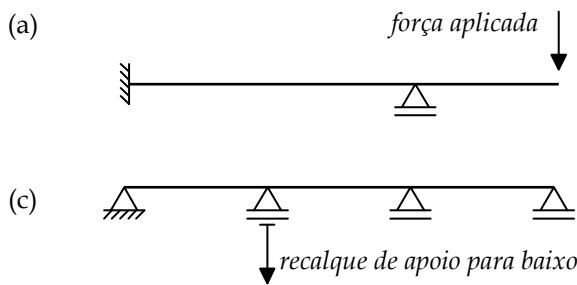
### 1ª Questão (5,5 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI = 3.6 \times 10^4$  kNm<sup>2</sup>, com exceção da barra horizontal na esquerda que é infinitamente rígida à flexão.



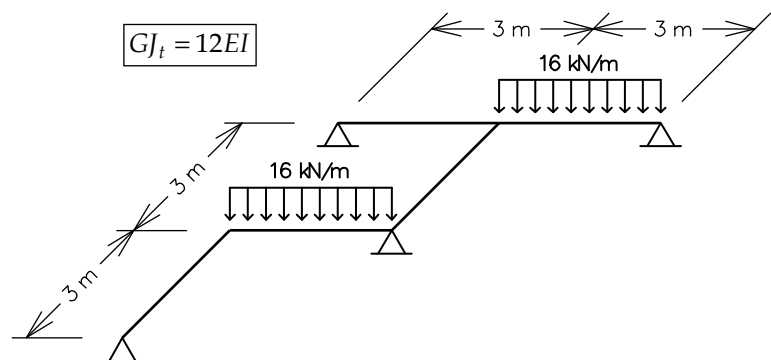
### 2ª Questão (1,5 pontos)

Desenhe os aspectos das configurações deformadas e dos diagramas de momentos fletores para cada uma das vigas abaixo. A escala de deslocamentos das configurações deformadas devem ser exageradas em relação à geometria da estrutura. Indique os pontos de inflexão (onde ocorre a mudança de curvatura) nas configurações deformadas. Os diagramas de momentos fletores devem ser desenhados do lado da fibra tracionada.



### 3ª Questão (2,0 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção  $GJ_t$  e a rigidez à flexão  $EI$ .



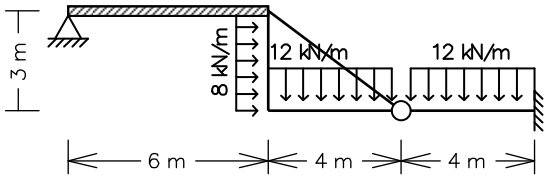
### 4ª Questão (1,0 ponto)

Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

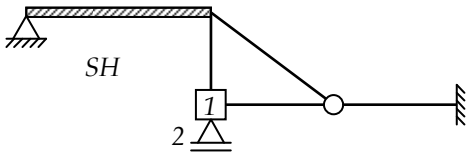
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ D_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

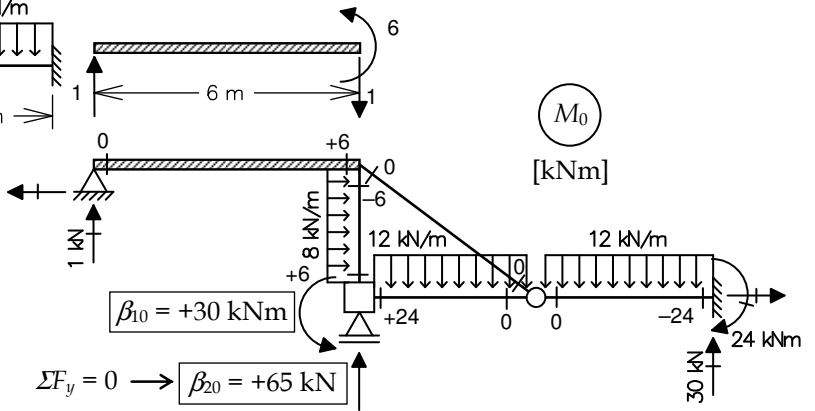
1ª Questão



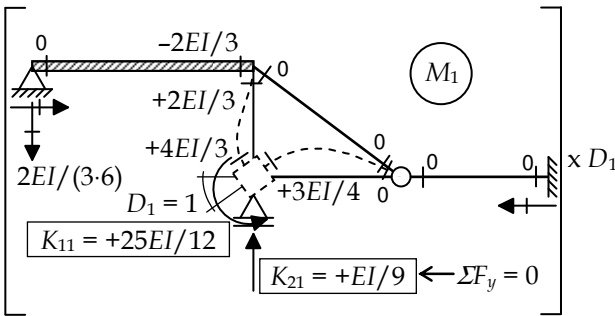
Sistema Hipergeométrico



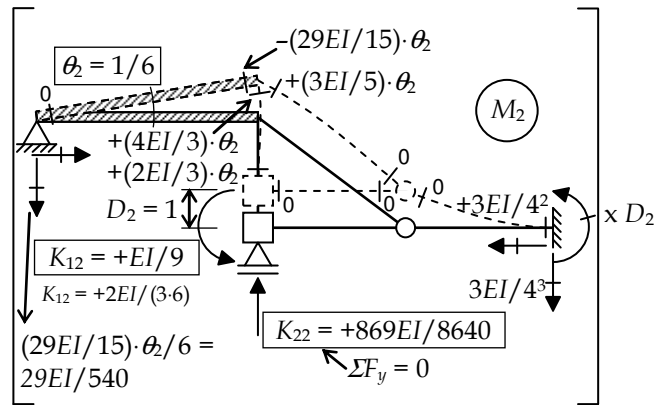
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) - Deslocabilidade  $D_1$  isolada no SH



Caso (2) - Deslocabilidade  $D_2$  isolada no SH

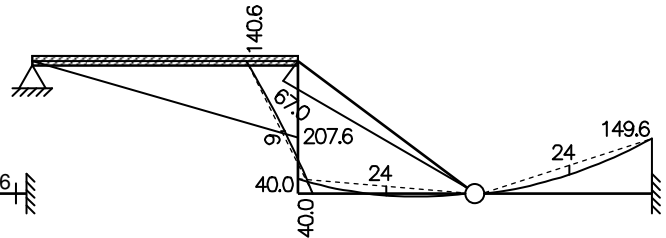
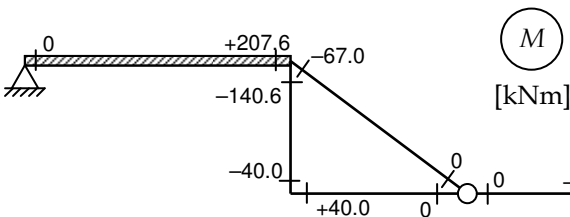


Equações de equilíbrio:

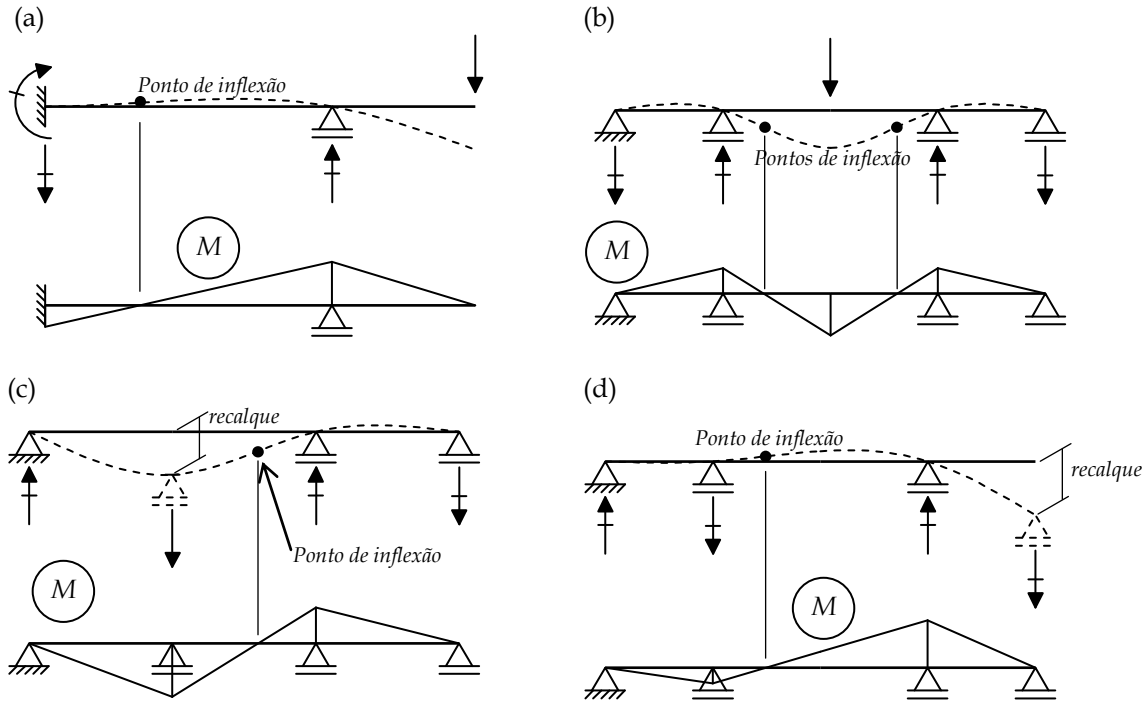
$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +30 \\ +65 \end{cases} + EI \cdot \begin{bmatrix} +25/12 & +1/9 \\ +1/9 & +869/8640 \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} D_1 \\ D_2 \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = + \frac{21.324}{EI} \\ D_2 = - \frac{669.82}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$



2ª Questão



3ª Questão

$GJ_t = 12EI$

**Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP**

**Sistema Principal e Hiperestático ( $g = 1$ )**

**Caso (1) - Hiperestático  $X_1$  isolado no SP**

**Equação de compatibilidade:**

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0 \Rightarrow -\frac{1134}{EI} + \frac{81}{2EI} \cdot X_1 = 0 \rightarrow X_1 = +28 \text{ kN}$$

$$\delta_{10} = \left[ -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 72 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 18 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 72 \cdot 3 \right] \cdot \frac{1}{EI} + \left[ (-3) \cdot (+144) \cdot 3 + (+3) \cdot (-72) \cdot 3 \right] \cdot \frac{1}{GJ_t} = -\frac{972}{EI} - \frac{1944}{GJ_t} = -\frac{1134}{EI}$$

$$\delta_{11} = \left[ 4 \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \right) \right] \cdot \frac{1}{EI} + [(-3) \cdot (-3) \cdot 3 + (+3) \cdot (+3) \cdot 3] \cdot \frac{1}{GJ_t}$$

$$\delta_{11} = +\frac{36}{EI} + \frac{54}{GJ_t} = +\frac{36}{EI} + \frac{54}{12EI} = +\frac{81}{2EI}$$

**Momentos Fletores Finais:**

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1$$

**Momentos Torsores Finais:**

$$T = T_0 + T_1 \cdot X_1$$