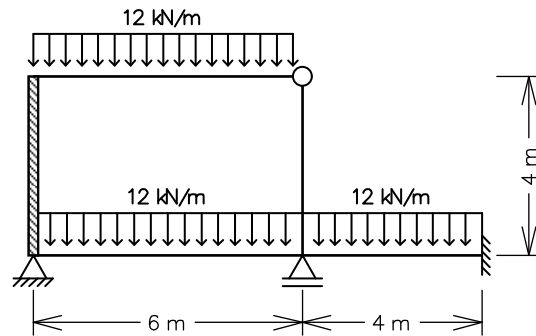


ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2013

Segunda Prova - 03/06/2013 - Duração: 2:45 hs - Sem Consulta

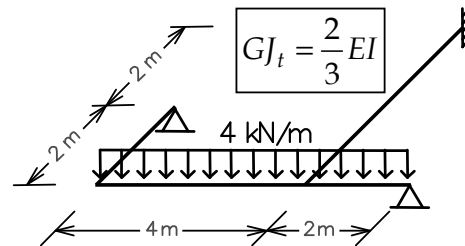
1ª Questão (5,5 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 4.8 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra vertical na esquerda que é infinitamente rígida à flexão.



2ª Questão (3,5 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção GJ_t e a rigidez à flexão EI .



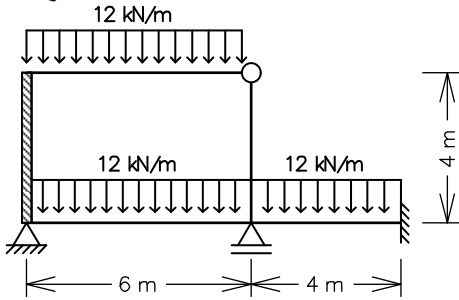
3ª Questão (1,0 ponto)

Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho $\times 0,1$).

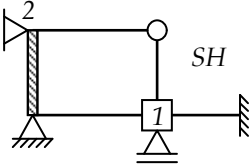
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ D_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

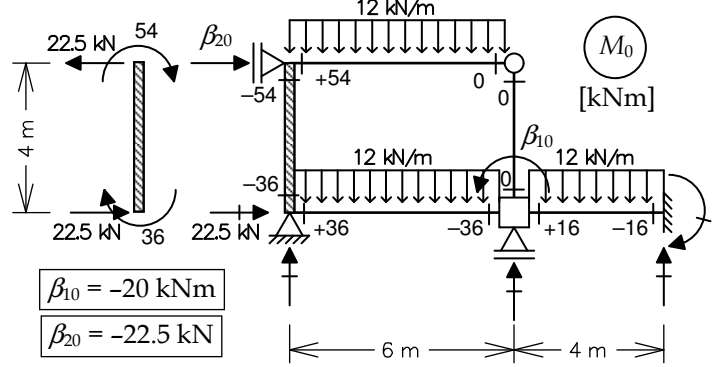
1ª Questão



Sistema Hipergeométrico



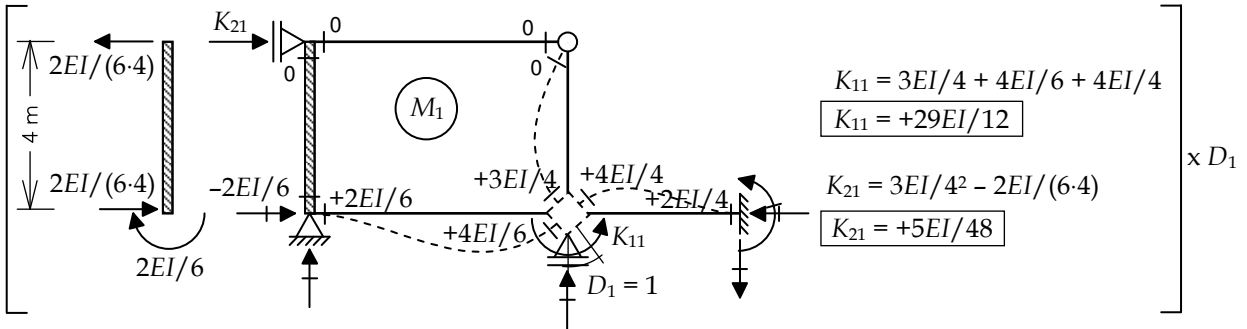
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



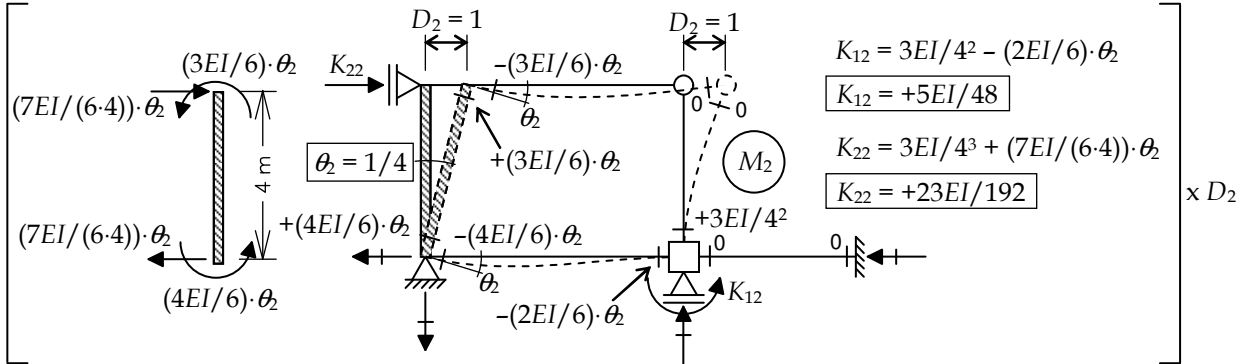
$$\beta_{10} = -20 \text{ kNm}$$

$$\beta_{20} = -22.5 \text{ kN}$$

Caso (1) - Deslocabilidade D_1 isolada no SH



Caso (2) - Deslocabilidade D_2 isolada no SH

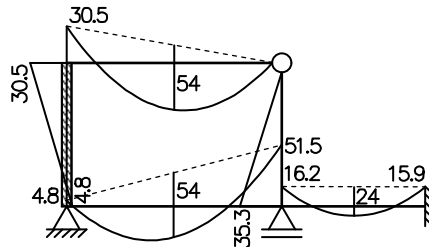
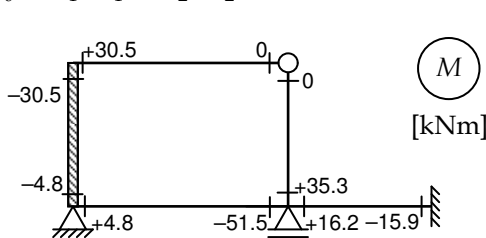


Equações de equilíbrio:

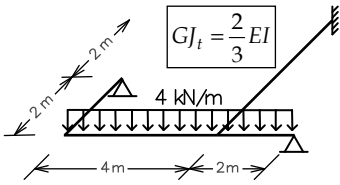
$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} -20 \\ -22.5 \end{bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +29/12 & +5/48 \\ +5/48 & +23/192 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = + \frac{0.1869}{EI} \\ D_2 = + \frac{187.66}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:

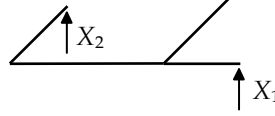
$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$



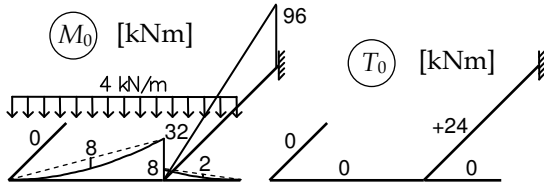
2ª Questão



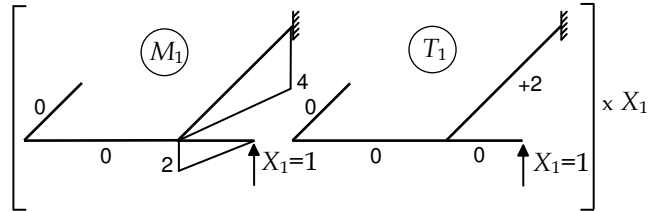
Sistema Principal (SP) e Hiperestáticos
($g = 2$)



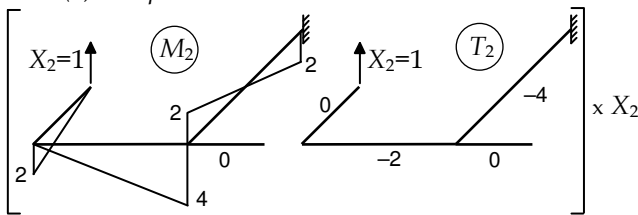
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) – Hiperestático X_1 isolado no SP



Caso (2) – Hiperestático X_2 isolado no SP



Equações de Compatibilidade

$$\begin{cases} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{cases} + \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{cases} X_1 \\ X_2 \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = +13.12 \text{ kNm} \\ X_2 = +9.32 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(+2) \cdot (+2) \cdot 4] = \frac{24}{EI} + \frac{16}{GJ_t} = \frac{24}{EI} + \frac{3 \cdot 16}{2EI} = + \frac{48}{EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \right) + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(-2) \cdot (-2) \cdot 4 + (-4) \cdot (-4) \cdot 4] = \frac{88}{3EI} + \frac{3 \cdot 80}{2EI} = + \frac{448}{3EI}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 96 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 8 \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(+2) \cdot (+24) \cdot 4] = -\frac{520}{EI} + \frac{192}{GJ_t} = -\frac{520}{EI} + \frac{3 \cdot 192}{2EI} = -\frac{232}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{6} \cdot 2 \cdot 96 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 96 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 32 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 8 \cdot 4 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(-4) \cdot (+24) \cdot 4] = -\frac{256}{EI} - \frac{384}{GJ_t} = -\frac{256}{EI} - \frac{3 \cdot 384}{2EI} = -\frac{832}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{6} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 2 \cdot 4 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(+2) \cdot (-4) \cdot 4] = +\frac{16}{3EI} - \frac{3 \cdot 32}{2EI} = -\frac{128}{3EI}$$

Diagrama de Momentos Fletores

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$

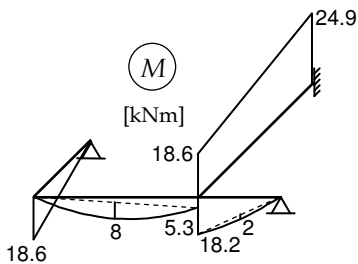


Diagrama de Momentos Torçores

$$T = T_0 + T_1 \cdot X_1 + T_2 \cdot X_2$$

