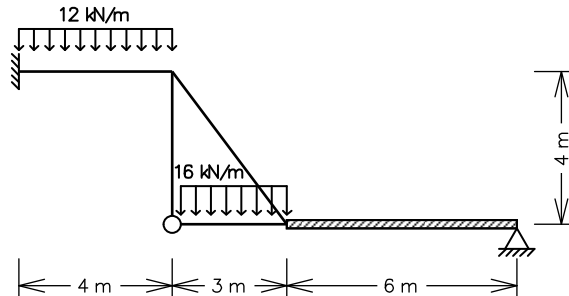


# ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2013

## Segunda Prova - 09/11/2013 - Duração: 2:45 hs - Sem Consulta

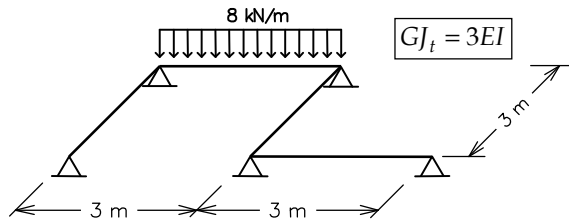
### 1ª Questão (5,5 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI = 3.6 \times 10^4$  kNm<sup>2</sup>, com exceção da barra horizontal na direita que é infinitamente rígida à flexão.



### 2ª Questão (3,5 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção  $GJ_t$  e a rigidez à flexão  $EI$ .



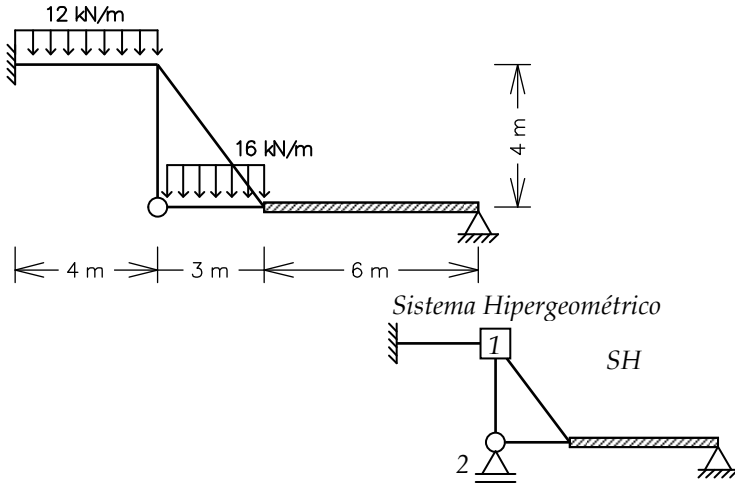
### 3ª Questão (1,0 ponto)

Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

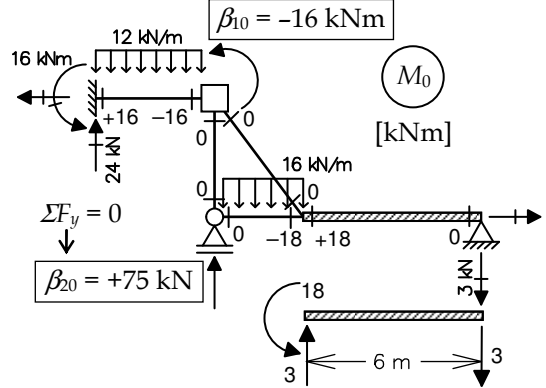
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ D_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

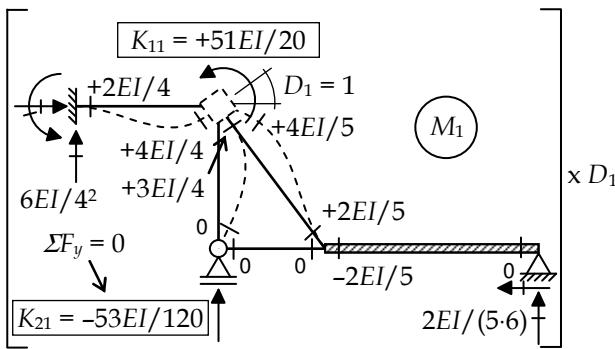
1ª Questão



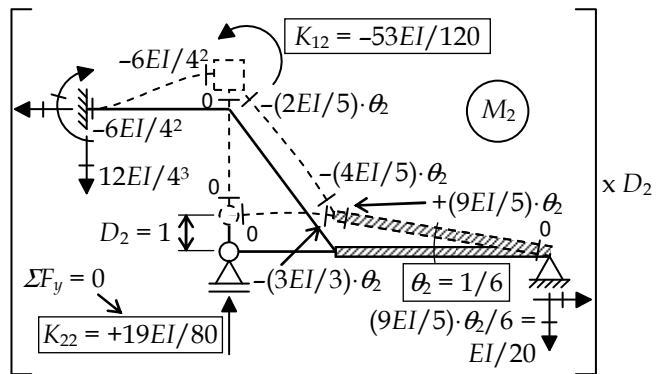
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) – Deslocabilidade D1 isolada no SH



Caso (2) – Deslocabilidade D2 isolada no SH

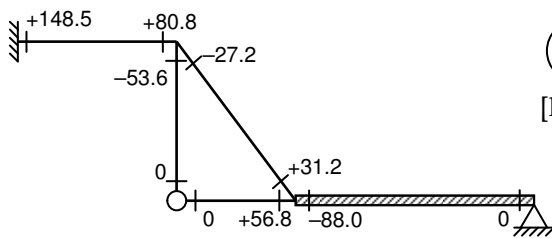


Equações de equilíbrio:

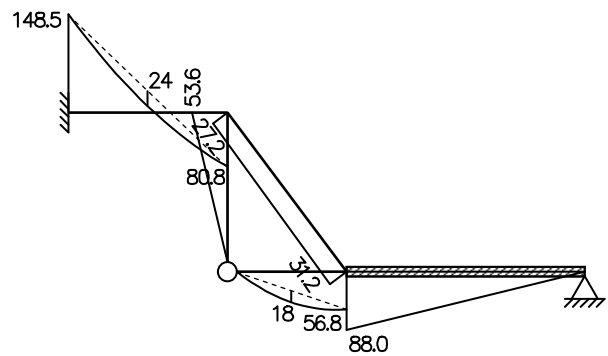
$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -16 \\ +75 \end{cases} + EI \cdot \begin{bmatrix} +51/20 & -53/120 \\ -53/120 & +19/80 \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} D_1 \\ D_2 \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{71.428}{EI} \\ D_2 = -\frac{448.62}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:

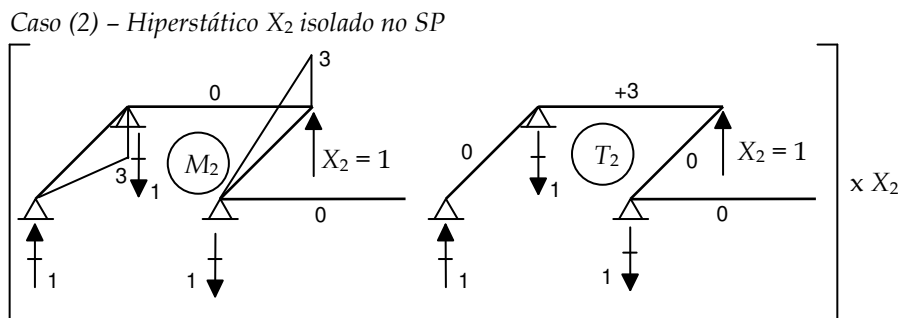
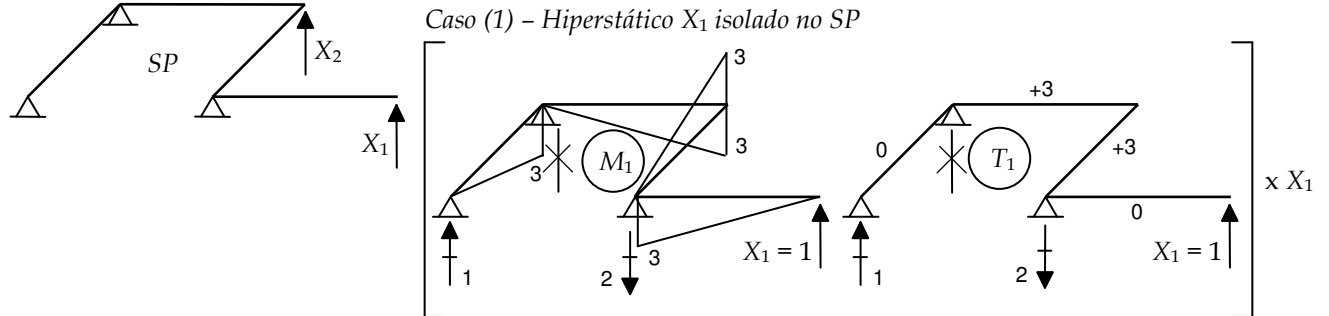
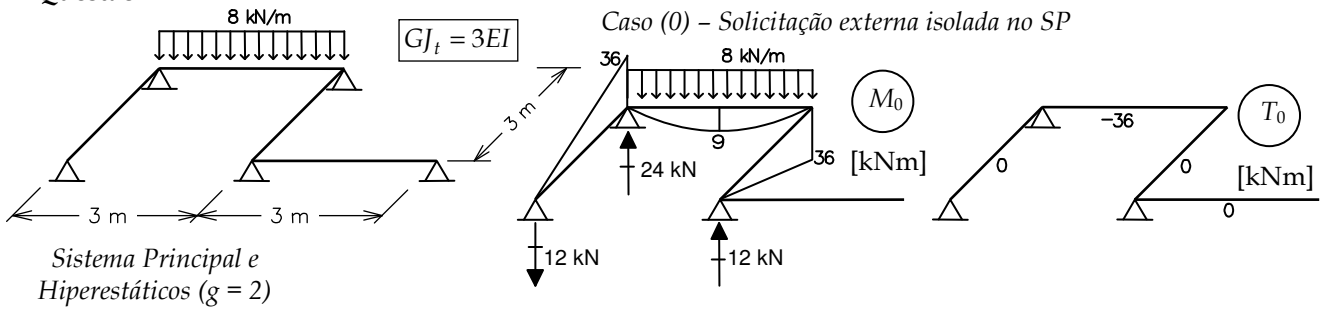
$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$



(M) [kNm]



2ª Questão



Equações de compatibilidade:

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} -297 \\ -324 \end{bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} +54 & +27 \\ +27 & +27 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = -1 \text{ kN} \\ X_2 = +13 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[ -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 36 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 9 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 36 \cdot 3 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(+3) \cdot (-36) \cdot 3] = -\frac{189}{EI} - \frac{324}{GJ_t} = -\frac{189}{EI} - \frac{324}{3EI} = -\frac{297}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[ -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 36 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 36 \cdot 3 \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [(+3) \cdot (-36) \cdot 3] = -\frac{216}{EI} - \frac{324}{GJ_t} = -\frac{216}{EI} - \frac{324}{3EI} = -\frac{324}{EI}$$

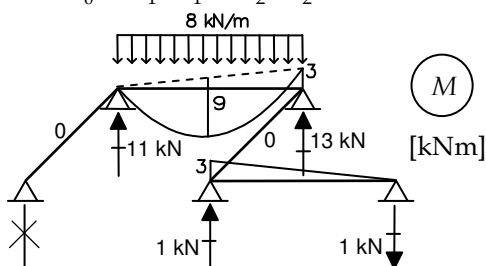
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[ 4 \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \right) \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [2 \cdot (3 \cdot 3 \cdot 3)] = +\frac{36}{EI} + \frac{54}{GJ_t} = +\frac{36}{EI} + \frac{54}{3EI} = +\frac{54}{EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[ 2 \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \right) \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [3 \cdot 3 \cdot 3] = +\frac{18}{EI} + \frac{27}{GJ_t} = +\frac{18}{EI} + \frac{27}{3EI} = +\frac{27}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[ 2 \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \right) \right] + \frac{1}{GJ_t} \cdot [3 \cdot 3 \cdot 3] = +\frac{18}{EI} + \frac{27}{GJ_t} = +\frac{18}{EI} + \frac{27}{3EI} = +\frac{27}{EI}$$

Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$



Momentos Torsores Finais:

$$T = T_0 + T_1 \cdot X_1 + T_2 \cdot X_2$$

