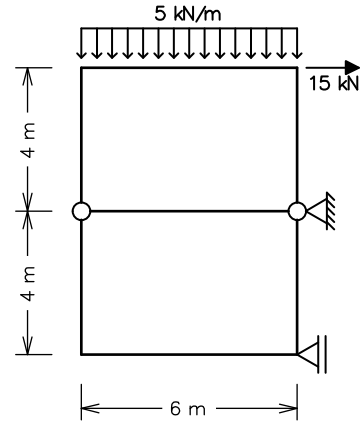


ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2010

Prova Final - 10/12/2010 - Duração: 2:30 hs - Sem Consulta

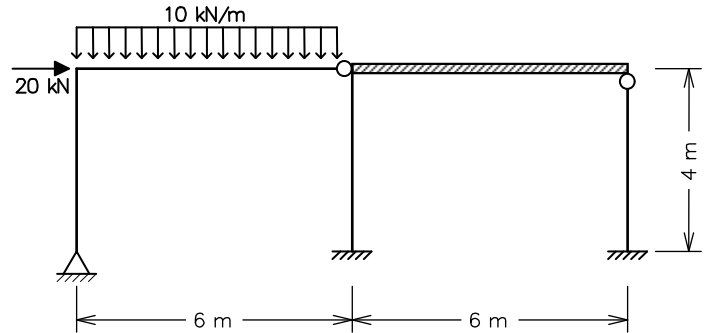
1ª Questão (5,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 10^5 \text{ kNm}^2$. Somente considere deformações por flexão.



2ª Questão (5,0 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 4 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra horizontal da direita, que é infinitamente rígida.

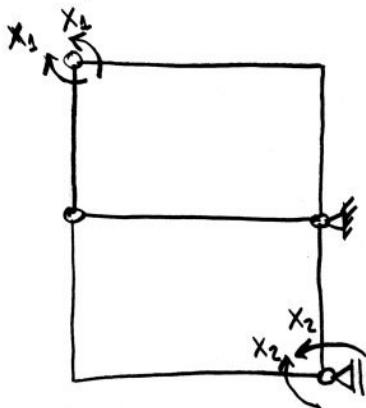


Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

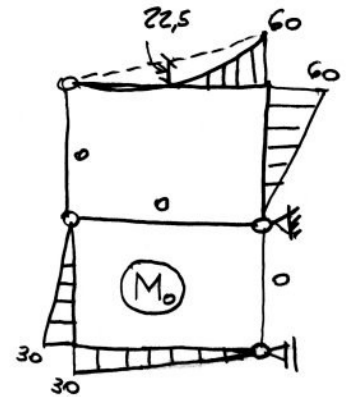
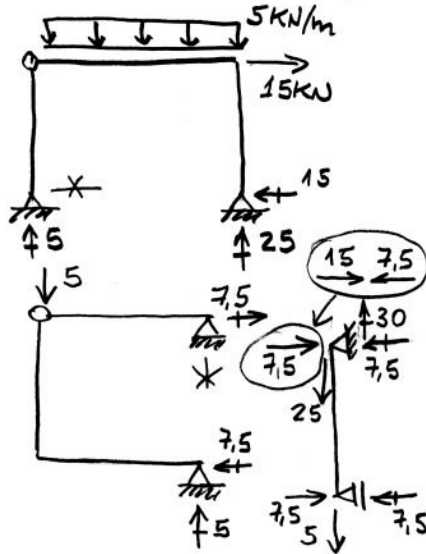
$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

1ª Questão

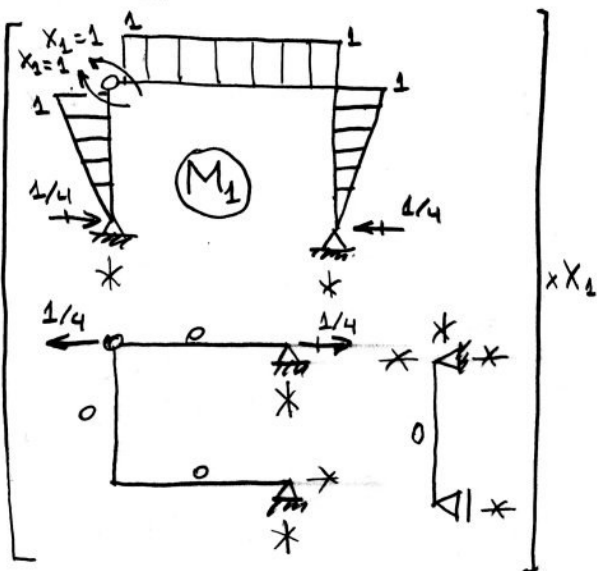
Sistema Principal e Hiperestáticos



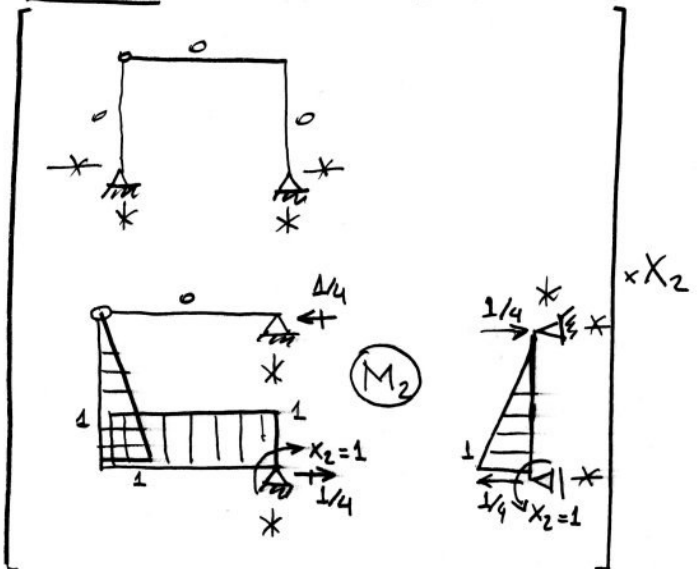
caso(0) - Solicitação externa isolada no SP



caso(1) - X1 isolado no SP



caso(2) - X2 isolado no SP



Equações de Compatibilidade

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases} \longrightarrow \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} 170 \\ -130 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 26/3 & 0 \\ 0 & 26/3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$EI \delta_{10} = \frac{1}{2} \times 6 \times 1 \times 60 - \frac{2}{3} \times 6 \times 1 \times 22,5 + \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 60 = +170$$

$$EI \delta_{20} = -\frac{1}{2} \times 6 \times 1 \times 30 - \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 30 = -130$$

$$EI \delta_{11} = 6 \times 1 \times 1 + \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 1 + \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 1 = 26/3$$

$$EI \delta_{12} = EI \delta_{21} = 0$$

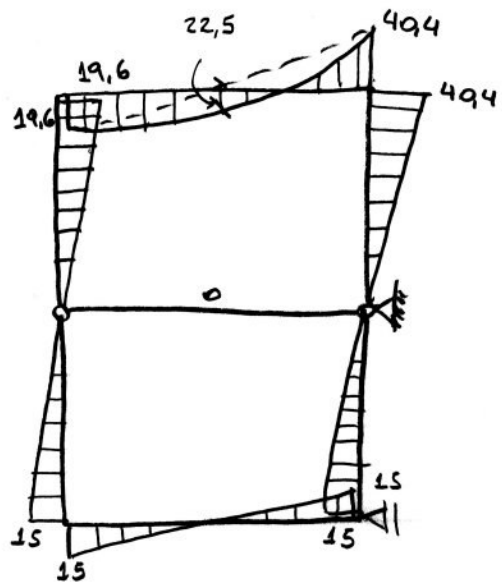
$$EI \delta_{22} = 6 \times 1 \times 1 + \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 1 + \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 1 = 26/3$$

$$\begin{aligned} X_1 &= -19,6 \text{ kNm} \\ X_2 &= 15,0 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Diagrama de momentos
fletores finais

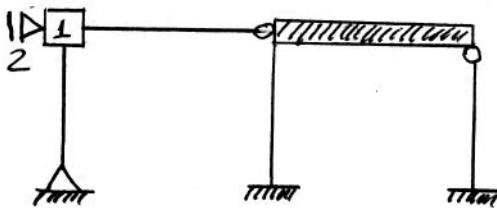
$$M = M_0 + M_1 X_1 + M_2 X_2$$

M
(KNm)

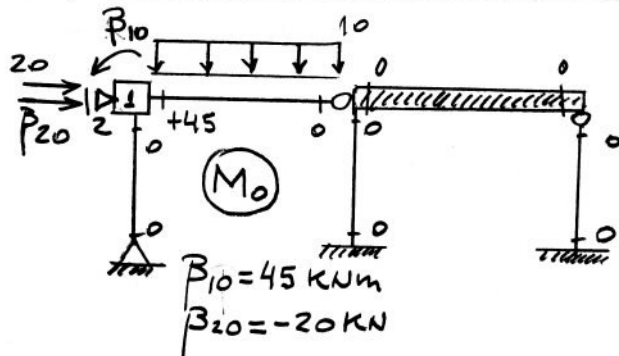


2ª Questão

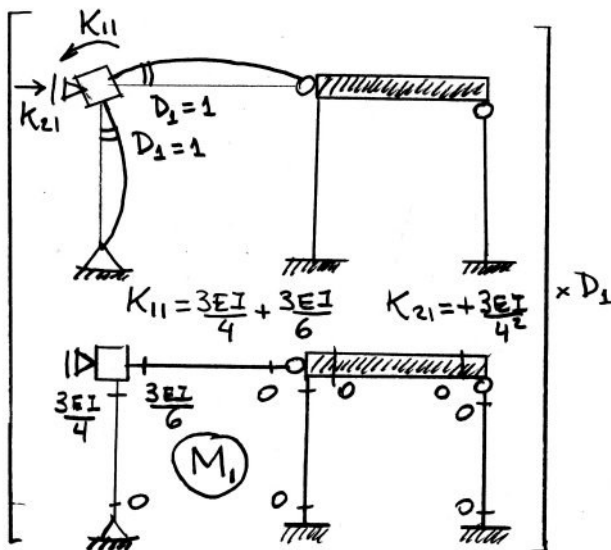
Sistema Hipergeométrico



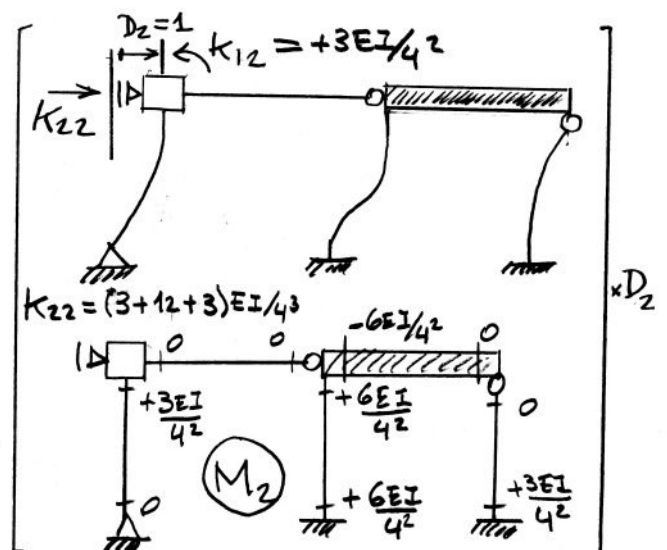
(0) Solicitação externa no S.H.



(1) D1 isolado no S.H.



(2) D2 isolado no S.H.



Sistema de Ecu. de Equilibrio

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11} D_1 + K_{12} D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21} D_1 + K_{22} D_2 = 0 \end{cases} \rightarrow EI \begin{bmatrix} 5/4 & 3/16 \\ 3/16 & 9/32 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -45 \\ +20 \end{Bmatrix}$$

$$D_1 = \frac{-51.852}{EI} = -1.296 \times 10^{-3} \text{ rad } (\curvearrowright)$$

$$D_2 = \frac{+105.679}{EI} = +2.642 \times 10^{-3} \text{ m } (\rightarrow)$$

Momentos Flectores Finales : $M = M_0 + M_1 D_1 + M_2 D_2$

M (kNm)

