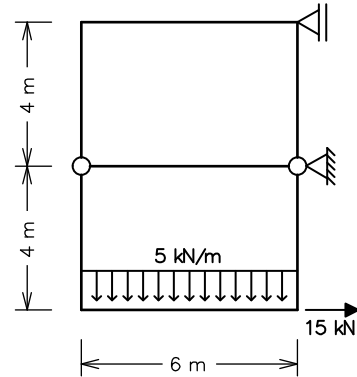


ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2011

Prova Final - 30/06/2011 - Duração: 2:30 hs - Sem Consulta

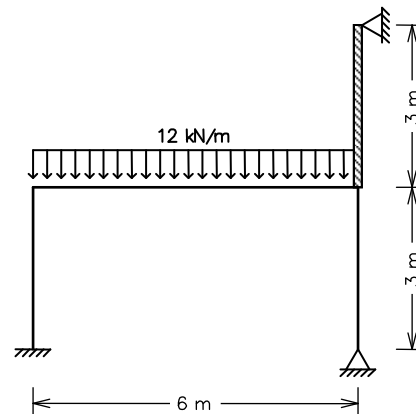
1ª Questão (5,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 10^5 \text{ kNm}^2$. Somente considere deformações por flexão.



2ª Questão (5,0 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 3.6 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra vertical superior que é infinitamente rígida à flexão.

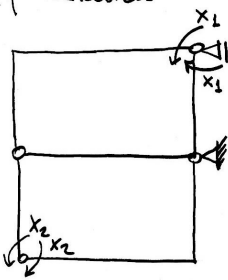


Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

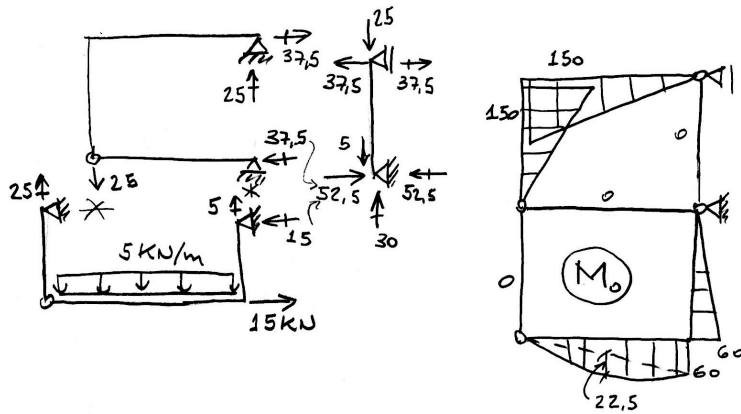
$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

1ª Questão

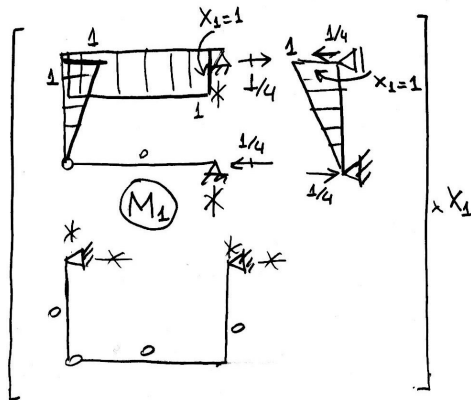
Sistema Principal e Hiperestáticos



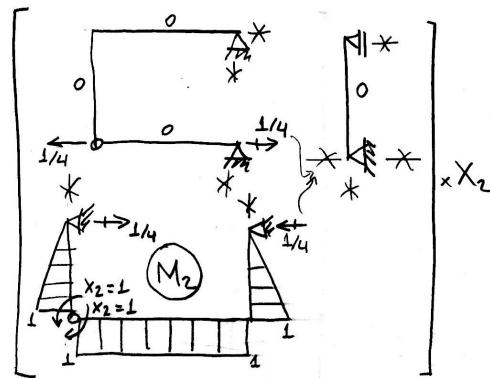
caso(0) - Solicitação externa isolada no SP



caso(1) - X1 isolado no SP



caso(2) - X2 isolado no SP



Equações de Compatibilidade

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 = 0 \end{cases} \rightarrow \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} 650 \\ 350 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 26/3 & 0 \\ 0 & 26/3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$EI \delta_{10} = \frac{1}{2} \times 6 \times 1 \times 150 + \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 150 = 650$$

$$EI \delta_{20} = \frac{1}{2} \times 6 \times 1 \times 60 + \frac{2}{3} \times 6 \times 1 \times 22.5 + \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 60 = 350$$

$$EI \delta_{11} = 6 \times 1 \times 1 + \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 1 + \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 1 = 26/3$$

$$EI \delta_{12} = EI \delta_{21} = 0$$

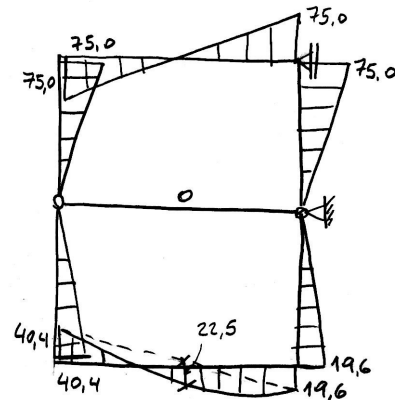
$$EI \delta_{22} = 6 \times 1 \times 1 + \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 1 + \frac{1}{3} \times 4 \times 1 \times 1 = 26/3$$

$$\begin{aligned} X_1 &= -75,0 \text{ KNm} \\ X_2 &= -40,4 \text{ KNm} \end{aligned}$$

Diagrama de momentos
fletores finais

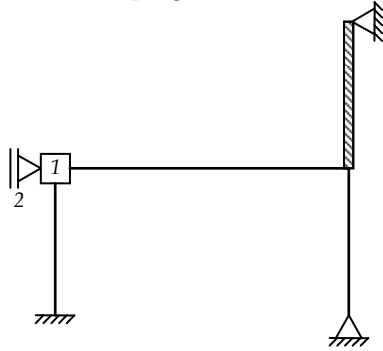
$$(M) = (M_0) + (M_1) X_1 + (M_2) X_2$$

(M)
(KNm)

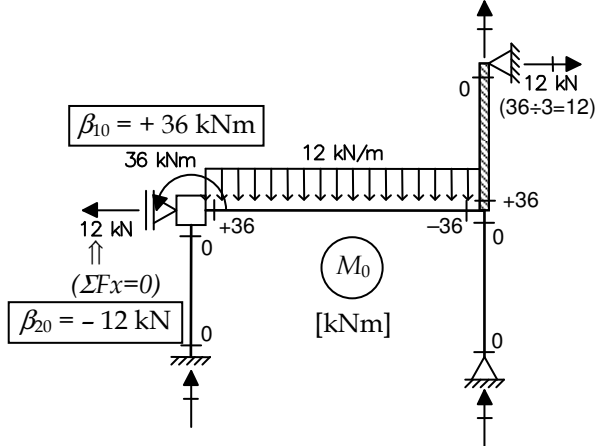


2ª Questão

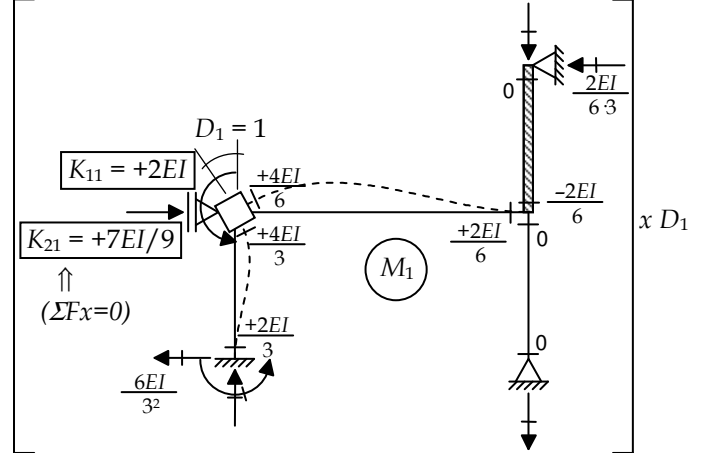
Sistema Hipergeométrico (SH)



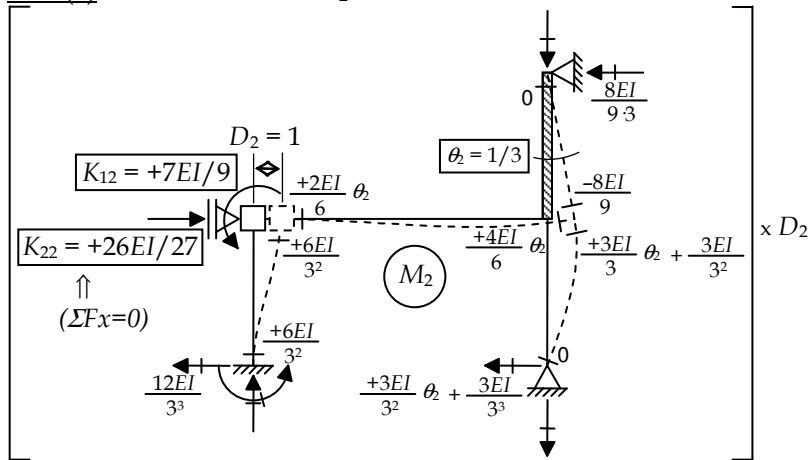
caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



caso (1) - Deslocabilidade D_1 isolada no SH



caso (2) - Deslocabilidade D_2 isolada no SH



Sistema de Equações de Equilíbrio

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} +36 \\ -12 \end{cases} + EI \cdot \begin{bmatrix} +2 & +7/9 \\ +7/9 & +26/27 \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} D_1 \\ D_2 \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{33.308}{EI} = -0.925 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \\ D_2 = +\frac{39.364}{EI} = +1.093 \cdot 10^{-3} \text{ m} \end{cases}$$

Momentos Fletores finais

$$M = M_0 + M_1D_1 + M_2D_2$$

