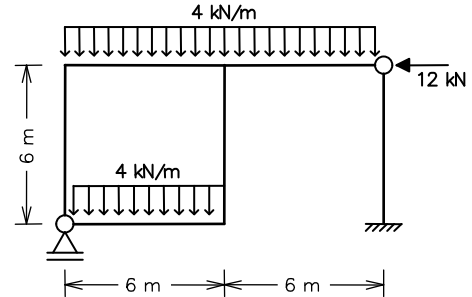


# ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2011

## Prova Final - 09/12/2011 - Duração: 2:30 hs - Sem Consulta

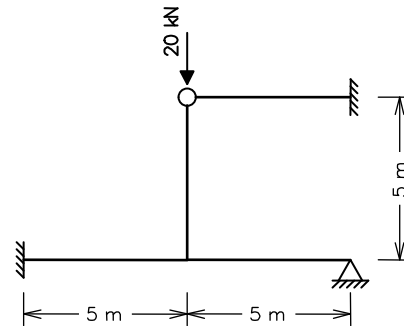
### 1ª Questão (5,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI = 4 \times 10^5 \text{ kNm}^2$ . Somente considere deformações por flexão.



### 2ª Questão (5,0 pontos)

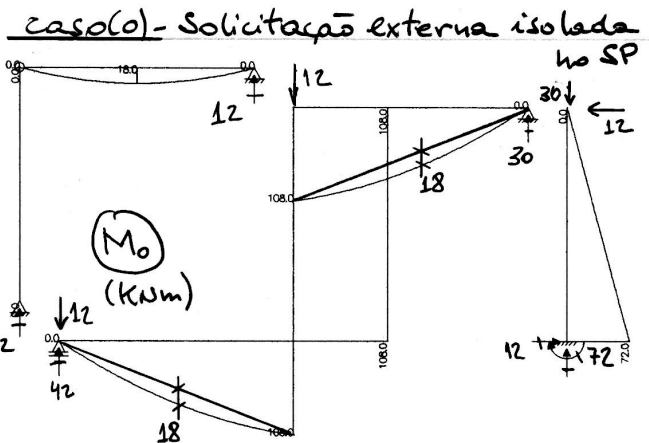
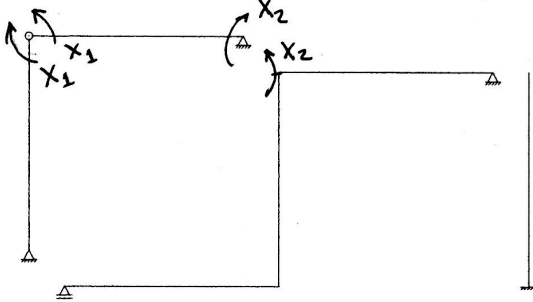
Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI = 4 \times 10^4 \text{ kNm}^2$ .



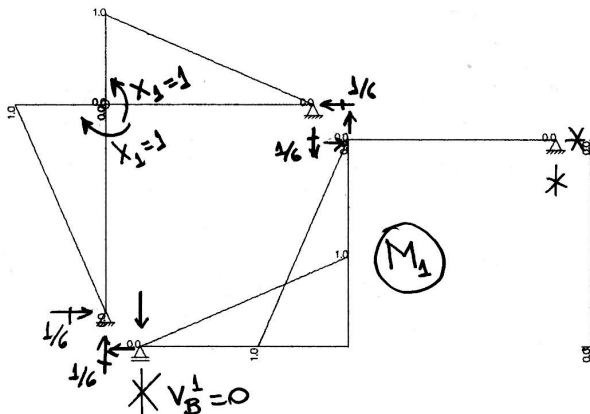
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

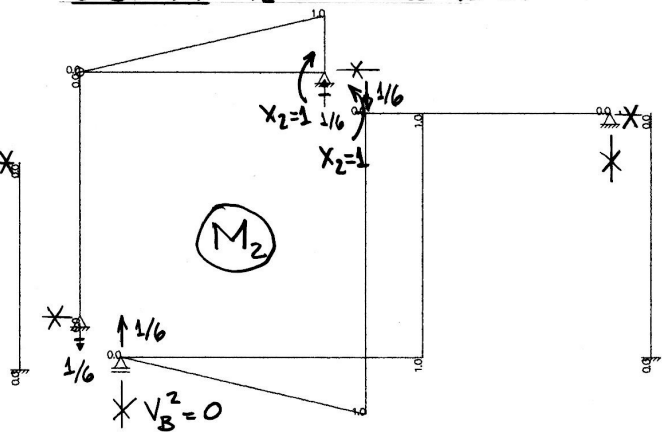
1ª Questão  
Sistema Principal e  
Hiperestáticos



caso(1) - X1 isolado no SP



caso(2) - X2 isolado no SP



Sistema de Eqs. de Compatibilidade

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 = 0 \end{cases}$$

$$EI \delta_{10} = -\frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 18 - \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 108 - \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 18 - \frac{1}{2} \times 6 \times 1 \times 108 = -612$$

$$EI \delta_{20} = -\frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 18 + \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 108 + \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 18 + 6 \times 1 \times 108 = +864$$

$$EI \delta_{11} = 4 \times \left[ \frac{1}{2} \times 6 \times 1 \times 1 \right] = 8$$

$$EI \delta_{12} = EI \delta_{21} = \frac{1}{6} \times 6 \times 1 \times 1 - \frac{1}{2} \times 6 \times 1 \times 1 - \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 1 = -4$$

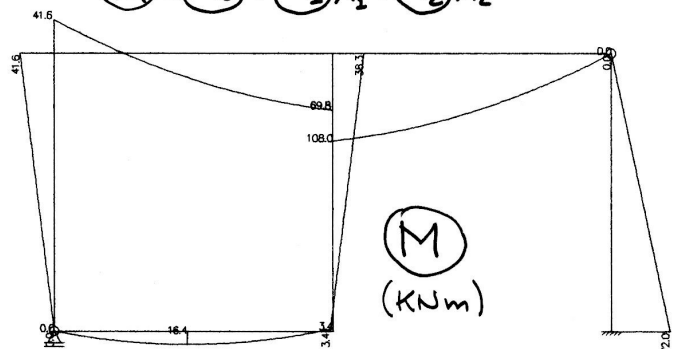
$$EI \delta_{22} = \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 1 + 6 \times 1 \times 1 + \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 1 = 10$$

Momentos Fletores Finais

$$M = M_0 + M_1 X_1 + M_2 X_2$$

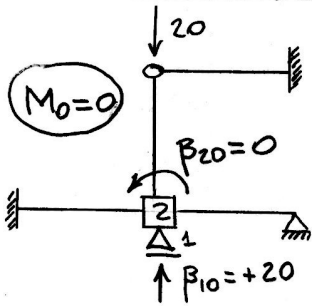
$$\frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} -612 \\ +864 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -4 & 10 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} X_1 = 41,6 \text{ KNm} \\ X_2 = -69,8 \text{ KNm} \end{cases}$$

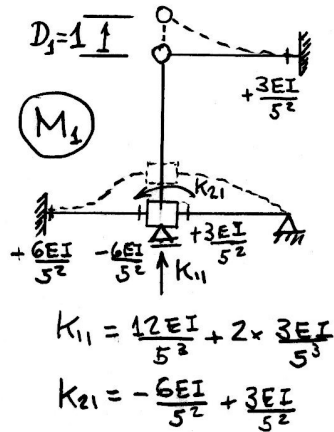


## 2ª Questão

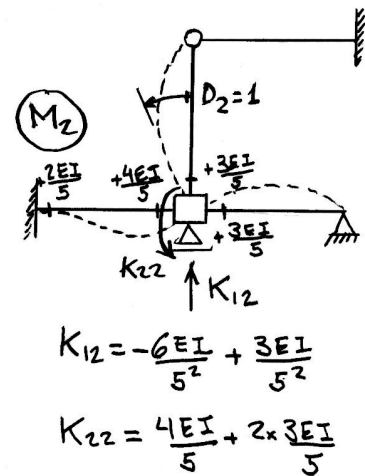
(0) S.H. com solicitação externa ( $D_1=0, D_2=0$ )



(1)  $D_1$  isolado no S.H.



(2)  $D_2$  isolado no S.H.



Equações de Equilíbrio

$$\begin{Bmatrix} 20 \\ 0 \end{Bmatrix} + \frac{EI}{5^3} \begin{bmatrix} 18 & -15 \\ -15 & 250 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{146.2}{EI} \\ D_2 = -\frac{8.772}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:  $M = M_0 + M_1 D_1 + M_2 D_2$

