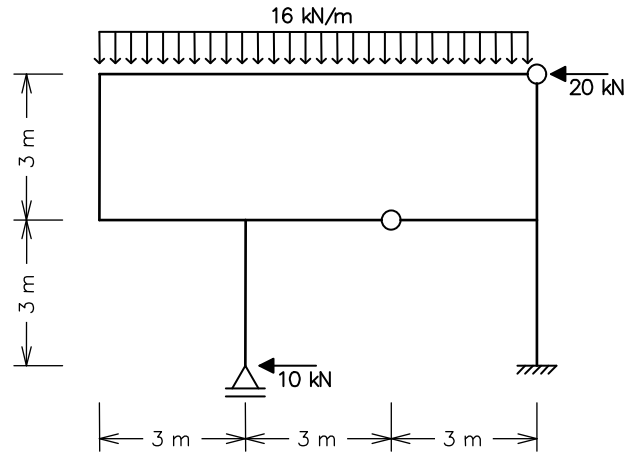


ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2014

Prova Final - 11/06/2014 - Duração: 2:30 hs - Sem Consulta

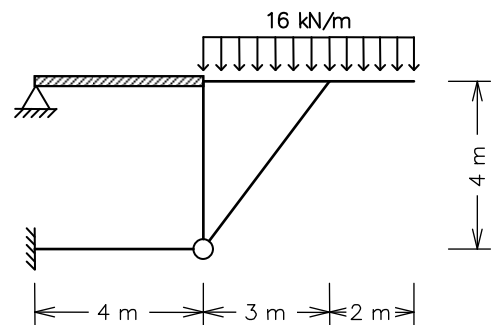
1ª Questão (5,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 1.0 \times 10^5 \text{ kNm}^2$.



2ª Questão (5,0 pontos)

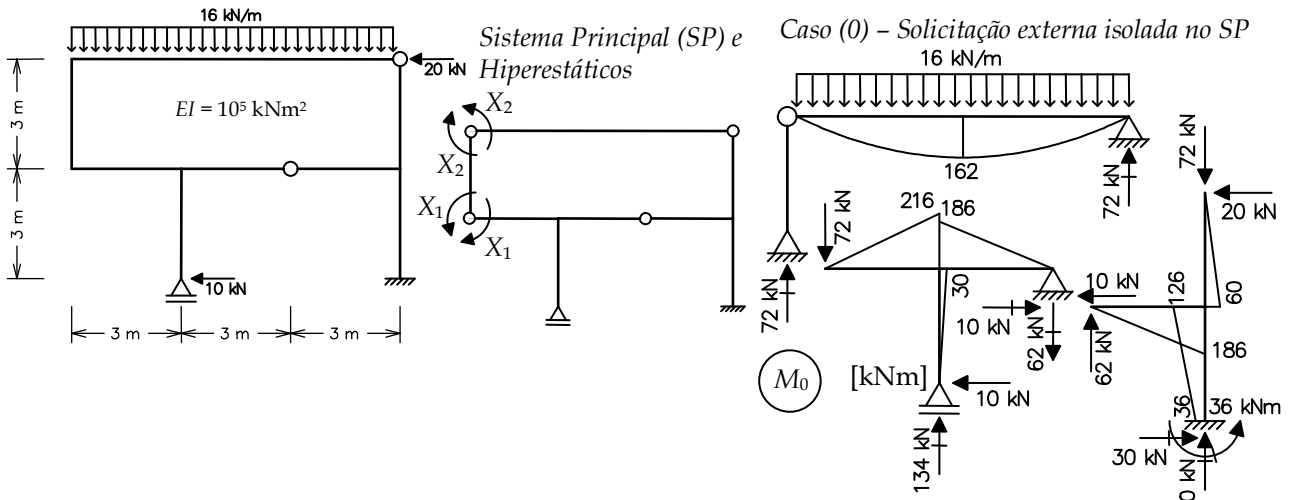
Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 1,2 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra horizontal superior na esquerda que é infinitamente rígida à flexão.



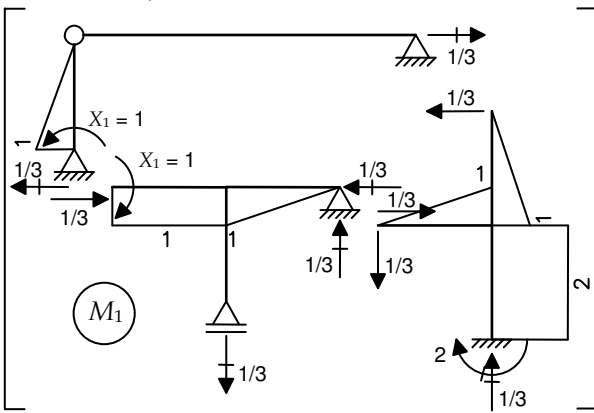
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

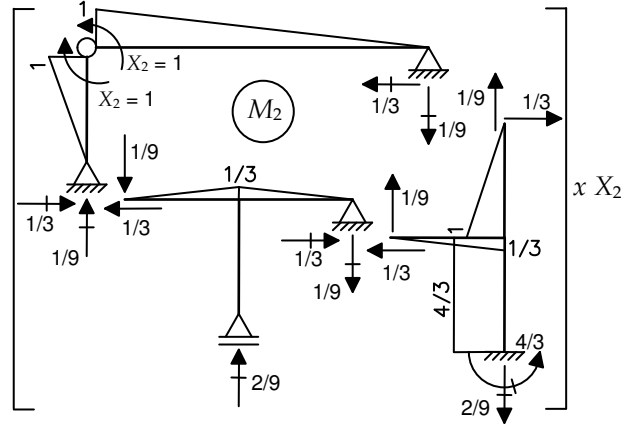
1ª Questão



Caso (1) - Hiperestático X_1 isolado no SP



Caso (2) - Hiperestático X_2 isolado no SP



Equações de compatibilidade:

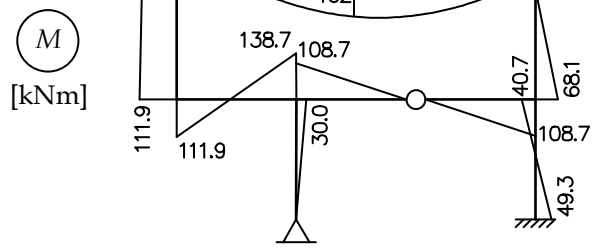
$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} -1122 \\ -26 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} +19 & -29/3 \\ -29/3 & +32/3 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = +111.9 \text{ kNm} \\ X_2 = +103.8 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} -\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 216 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 186 \cdot 3 \\ +\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 186 \cdot 3 \\ -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 126 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 36 \cdot 3 \end{Bmatrix} = -\frac{1122}{EI} \quad \delta_{20} = \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} -\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 162 \cdot 9 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 216 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 186 \cdot 3 \\ -\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 60 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 186 \cdot 3 \\ +\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 126 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot 36 \cdot 3 \end{Bmatrix} = -\frac{26}{EI}$$

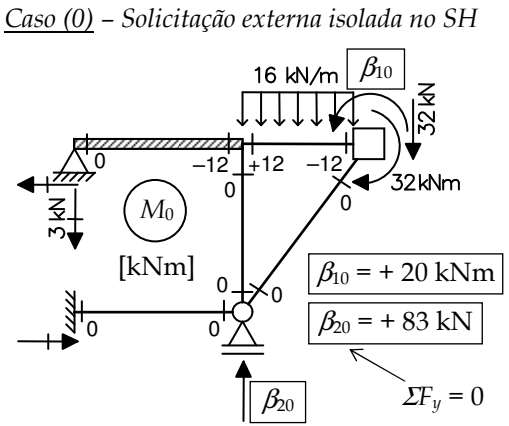
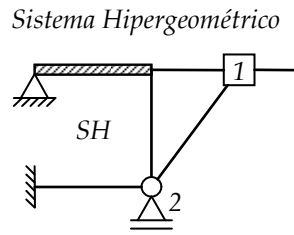
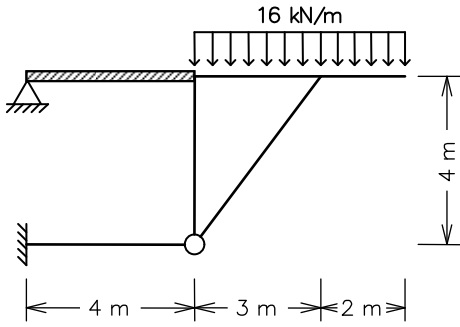
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[+1 \cdot 1 \cdot 3 + 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right) + 2 \cdot 2 \cdot 3 \right] = +\frac{19}{EI} \quad \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} +\frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \\ -\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 - 2 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3 \end{Bmatrix} = -\frac{29}{3EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 9 + 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right) + 3 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \right) + \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot 3 \right] = +\frac{32}{3EI}$$

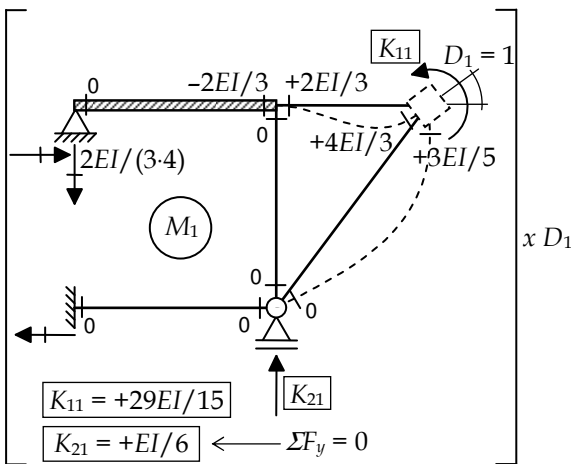
Momentos Fletores Finais:
 $M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$



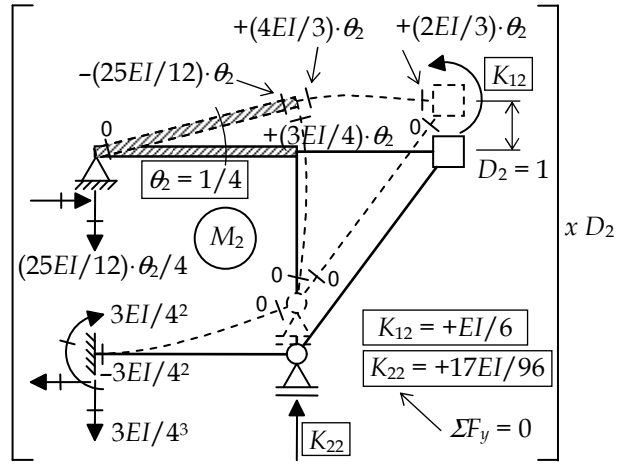
2ª Questão



Caso (1) - Deslocabilidade D_1 isolada no SH



Caso (2) - Deslocabilidade D_2 isolada no SH



Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} +20 \\ +83 \end{cases} + EI \cdot \begin{bmatrix} +29/15 & +1/6 \\ +1/6 & +17/96 \end{bmatrix} \cdot \begin{cases} D_1 \\ D_2 \end{cases} = \begin{cases} 0 \\ 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = + \frac{32,712}{EI} \\ D_2 = - \frac{499,44}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$

